4

RUANG SAMPEL, KEJADIAN,

PROBABILITAS DAN TEOREMA BAYES

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

Dalam Teori Probabilitas, percobaan (experiment) tidak selalu merupakan percobaan yang rumit tetapi seringkali percobaan sederhana dengan menggunakan alat-alat yang sederhana serta dapat juga dibayangkan untuk dilakukan dan tidak harus dilakukan di laboratorium

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

Percobaan (*experiment) adalah proses yang menghasilkan pengamatan observation) atau ukuran (measurement).*

Contoh I.1

Percobaan melempar mata uang logam satu kali dan diperhatikan mata uang yang muncul di bagian atas yaitu dapat berupa Gambar atau sering dinamakan ‘Muka’ (**M) atau Angka yang sering dinamakan ‘Belakang’** (**B).**

Contoh I.2

Apabila kita memproduksi sekrup mesin maka akan ada kemungkinan beberapa diantaranya rusak sehingga kemungkinan hasil yang diperoleh adalah rusak (cacat) atau tidak rusak (tidak cacat).

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

- Himpunan semua kejadian sederhana dalam suatu eksperimen dinamakan ruang sampel (*sample space). Secara grafik hubungan antara* kejadian dan ruang sampel dinyatakan dalam suatu diagram yang dinamakan **diagram Venn.**

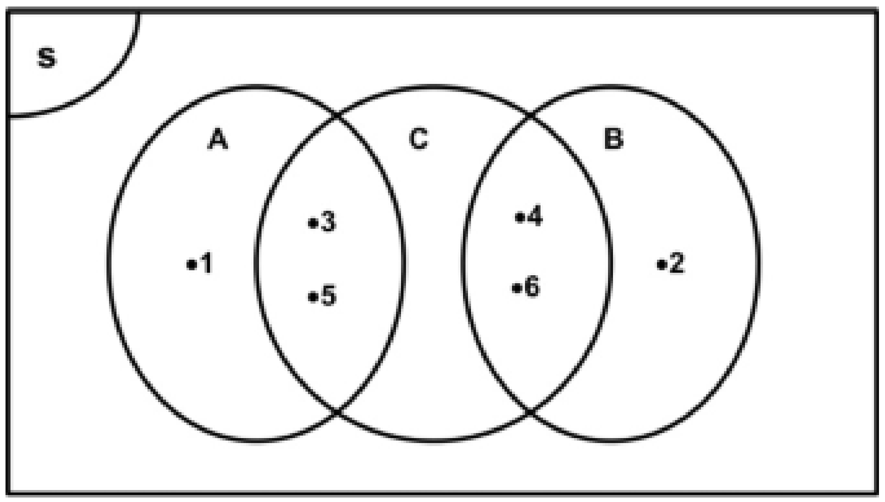
- Dua kejadian *A dan kejadian B dikatakan saling asing (mutually exclusive)* jika satu kejadian terjadi dimana yang lain tidak mungkin terjadi dan sebaliknya.

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

Kejadian melempar sebuah dadu dan mencatat angka yang muncul pada sisi atas dadu. Ruang sampel S yang diperoleh adalah

S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }.

Kejadian A adalah kejadian memperoleh mata dadu yang merupakan bilangan ganjil sedangkan kejadian B adalah kejadian memperoleh mata dadu yang merupakan bilangan genap. Dalam hal ini, A = { 1, 3, 5} dan B = { 2, 4, 6}. Kejadian A dan kejadian B merupakan dua kejadian yang saling asing *(mutually exclusive)*. Sedangkan bila kejadian C adalah kejadian memperoleh mata dadu yang merupakan bilangan prima yaitu C = { 2, 3, 5} maka kejadian A dan kejadian C tidak saling asing karena ada bilangan ganjil yang sekaligus bilangan prima. Hubungan antara kejadian A, B dan C dapat dinyatakan dalam diagram Venn pada Gambar.



Gambar Hubungan antara himpunan A, B dan C.

FAKTORIAL

Faktorial dari bilangan adalah hasil perkalian antara bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan n atau Besaran *n* faktorial *(n!)* didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara *n* hingga 1. Untuk *n* = 0 atau dengan kata lain 0! didefinisikan =1 .

n! = n.(n-1)(n-2)... 1 contoh: 5! = 5x4x3x2x1

0! = 1

FAKTORIAL

Anda diminta untuk menentukan banyaknya cara untuk menyusunan kepanitiaan yang terdiri dari Ketua, Sekretaris dan Bendahara. Jika terdapat 3 orang calon (misalnya Amir, Budi dan Cindy) yang akan dipilih untuk menduduki posisi tersebut, maka dengan menggunakan Prinsip Perkalian kita dapat menentukan banyaknya susunan panitia yang mungkin, yaitu:

Sehingga banyaknya susunan panitia yang mungkin adalah

$$n! = 3! = 3.2.1 = 6$$

PERMUTASI

Permutasi adalah Suatu penyusunan kumpulan angka/objek (elemen) dalam berbagai pengurutan yang berbeda tanpa ada pegulangan. Banyaknya cara mengurutkan n benda yang berbeda yang diambil r sekaligus akan dinyatakan dengan P_r^n yaitu:

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh:

Suatu perusahaan mempunyai 10 rencana investasi. Direktur menyuruh manajer untuk mencari 5 rencana investasi. Ada berapa carakah?

$$P_5^{10} = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4.3.2.1}{5.4.3.2.1}$$

$$P_5^{10} = 30240$$

Contoh Soal Permutasi

Misalkan dimiliki 3 huruf yang berbeda yaitu A, B dan C. Dari huruf tersebut akan dibuat 'kata' yang terdiri dari 2 huruf. Terdapat berapakah 'kata' yang terbentuk? Penyelesaian Karena tersedia 3 huruf yang berbeda dan akan dibentuk 'kata' yang mengandung 2 huruf dan diperhatikan urutannya. Kata yang terbentuk adalah AB, BA, AC, CA, BC dan CB yaitu terdapat 6 kata. Hal itu berarti merupakan permutasi r = 2 dari n = 3 yaitu:

$$P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3.2.1}{1} = 6$$

KOMBINASI

Suatu pengurutan elemen dimana pengurutan elemen tersebut tidak penting atau Banyaknya kombinasi dari n objek yang diambil r sekaligus akan dinotasikan dengan

$$_n\mathrm{C}_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Contoh:

Ada 5 calon kades, bagaimana cara memilih 2 calon?

$$_5\mathrm{C}_2 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5x4}{2x1} = 10$$

Contoh Soal Kombinasi

Misalkan dimiliki 3 huruf yang berbeda yaitu A, B dan C. Dari huruf tersebut akan dibuat ‘kata’ yang terdiri dari 2 huruf. Terdapat berapakah ‘kata’ yang terbentuk (urutan huruf yang terbentuk tidak diperhatikan)?

$$_3C_2 = \binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

yaitu: AB, AC, BC

Dalam suatu pertemuan MUKERNAS terdapat 10 orang yang belum saling kenal. Agar mereka saling kenal maka mereka saling berjabat tangan. Berapa banyaknya jabat tangan yang terjadi.
Jawab:

$$_{10}C_2 = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10x9}{2} = 45 \text{ jabat tangan}$$

Contoh Soal Kombinasi

Contoh : Suatukelompok yang terdiri dari 3 orang pria dan 2 orang wanita akan memilih3 orang pengurus LK. Berapa cara yang dapat dibentuk dari pemilihan jikapengurus terdiri dari 2 orang pria dan 1 orang wanita.

Jawab :

$$ {}_3C_2 \ x \ {}_2C_1 = \binom{3}{2} x \binom{2}{1} = 3 \ x \ 2 = 6 \text{ cara} $$

yaitu: **L1 L2 W1 ; L1 L3 W1 ; L2 L3 W1 ; L1 L2 W2 ; L1 L3 W2 ; L2 L3 W2**

DEFINISI PROBABILITAS

Probabilitas sering didefinisikan sebagai peluang atau kemungkinan.

PROBABILITAS atau PELUANG merupakan:

- suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat kemungkinan terjadinya suatu kejadian yang acak.
- derajat kepastian untuk terjadinya suatu peristiwa yang diukur dengan angka pecahan antara 0 – 1, dimana peristiwa tersebut terjadi secara acak atau random.

KONSEP PROBABILITAS

- Banyaknya kejadian yang sulit diketahui dengan pasti.
- Akan tetapi kejadian tersebut dapat kita ketahui akan terjadi dengan melihat fakta-fakta yang ada.
- Dalam statistika fakta-fakta tersebut digunakan untuk mengukur **derajat kepastian atau keyakinan** yang disebut dengan **Probabilitas atau Peluang** dan dilambangkan dengan **P**.

PENDEKATAN DALAM PERHITUNGAN PROBABILITAS

Ada 2 Pendekatan dalam Perhitungan PROBABILITAS :

- **Pendekatan Objektif**, terbagi menjadi :
  - Pendekatan klasik
  - Pendekatan frekuensi relative

- **Pendekatan Subjektif**

Pendekatan Klasik

Didasarkan pada suatu asumsi bahwa seluruh hasil dari suatu eksperimen mempunyai kemungkinan (peluang) yang sama.

$\rightarrow$ peluang dalam 1 kejadian dianggap sama

Pada pendekatan ini, kita harus mengetahui terlebih dahulu seluruh kejadian yang akan muncul.

Contoh:

Ada 100 mahasiswa , 25 orang diantaranya wanita. Berapa peluang mahasiswa wanita?

$$P(Wanita) = \frac{25}{100} = 0{,}25$$

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

- Digunakan untuk mengantisipasi kelemahan yang ada dalam pendekatan klasik.
- Frekuensi relatif adalah perbandingan banyaknya kejadian yang diamati dengan banyaknya percobaan.

$$\text{Probabilitas terjadinya suatu kejadian} = \frac{\text{frekuensi terjadinya kejadian}}{\text{jumlah observasi}}$$

$$f_r = \frac{f_i}{x_i}$$

- Contoh: Diketahui himpunan nilai 10, 15 dan 20, setelah dilakukan penilaian, nilai 10 memiliki 5 kali penilaian, nilai 15 memiliki 10 kali penilaian dan nilai 20 memiliki 3 kali penilaian, berapa peluang untuk kejadian nilai 20 ?

$$P(20) = \frac{3}{18}$$

Nilai	10	15	20
f	5	10	3

Pendekatan Subjektif

Didasarkan atas penilaian seseorang dalam menyatakan tingkat kepercayaan.

Jika tidak ada pengalaman / pengamatan masa lalu sebagai dasar untuk perhitungan probabilitas, maka probabilitas itu bersifat subjektif.

Biasanya terjadi dalam bentuk opini atau pendapat.

Aturan Dasar Probabilitas

Institut Informatika & Bisnis
DARMAJAYA
Yayasan Alfian Husin

Aturan penjumlahan :

- - Kejadian yang saling menghilangkan
- - Kejadian yang tidak saling menghilangkan

Aturan perkalian :

- - Kejadian bersyarat

- Kejadian bebas

PERUMUSAN PROBABILITAS

Bila kejadian E terjadi dalam m cara dari seluruh n cara yang mungkin terjadi dimana masing-masing n cara tersebut mempunyai kesempatan atau kemungkinan yang sama untuk muncul, maka probabilitas kejadian E adalah :

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

PERUMUSAN PROBABILITAS

Contoh :

Hitung probabilitas memperoleh kartu hati bila sebuah kartu diambil secara acak dari seperangkat kartu bridge yang lengkap!

Jawab:

Jumlah seluruh kartu = 52

Jumlah kartu hati = 13

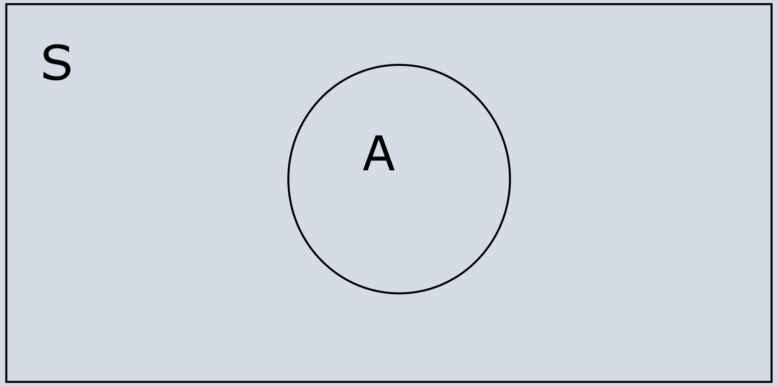
Misal E adalah kejadian munculnya kartu hati, maka :

$$P(E) = \frac{m}{n} = \frac{13}{52}$$

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

- Ruang sampel adalah himpunan dari semua hasil yang **mungkin muncul** atau terjadi pada suatu percobaan statistik.
- Ruang sampel dilambangkan dengan S dan anggota-anggotanya disebut titik sampel.
- Kejadian adalah himpunan dari hasil **yang muncul** atau terjadi pada suatu percobaan statistik.
- Kejadian dilambangkan dengan A dan anggota-anggotanya disebut juga titik sampel.

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN



Ruang sampel S ⟷ Himpunan semesta S

Kejadian A ⟷ Himpunan bagian A

Titik sampel ⟷ Anggota himpunan

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

Bila kejadian **A** terjadi dalam **m** cara pada ruang sampel **S** yang terjadi dalam **n** cara maka probabilitas kejadian A adalah :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m}{n}$$

dimana :

n(A) = banyak anggota A

n(S) = banyak anggota S

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

Contoh :

Pada pelemparan 2 buah uang logam :

a. Tentukan ruang sampel!

b. Bila A menyatakan kejadian munculnya sisi-sisi yang sama dari 2 uang logam tersebut, tentukan probabilitas kejadian A!

Jawab :

a. Ruang sampelnya :

		Uang logam 2	
		g	a
Uang Logam 1	g	(g,g)	(g,a)
	a	(a,g)	(a,a)

b. A = {(,g,g),(a,a)} , maka n(A) = 2 dan n(S) = 4, sehingga probabilitas kejadian A adalah :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

SIFAT PROBABILITAS KEJADIAN A

- Bila $0 < P(A) < 1$, maka $n(A)$ akan selalu lebih sedikit dari $n(S)$
- Bila $A = 0$, himpunan kosong maka A tidak terjadi pada S dan $n(A)=0$ sehingga $P(A) = 0$
- Bila $A = S$, maka $n(A) = n(S) = n$ sehingga $P(A) = 1$

Kejadian Saling Menghilangkan / Lepas

- Bila terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B, jika kejadian A terjadi maka kejadian B tidak akan terjadi atau sebaliknya (***mutually exclusive***).
- Rumusan probabilitas:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

- Contoh:
- Berapa peluang munculnya angka 3 atau 4 pada dadu?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(3 \text{ atau } 4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

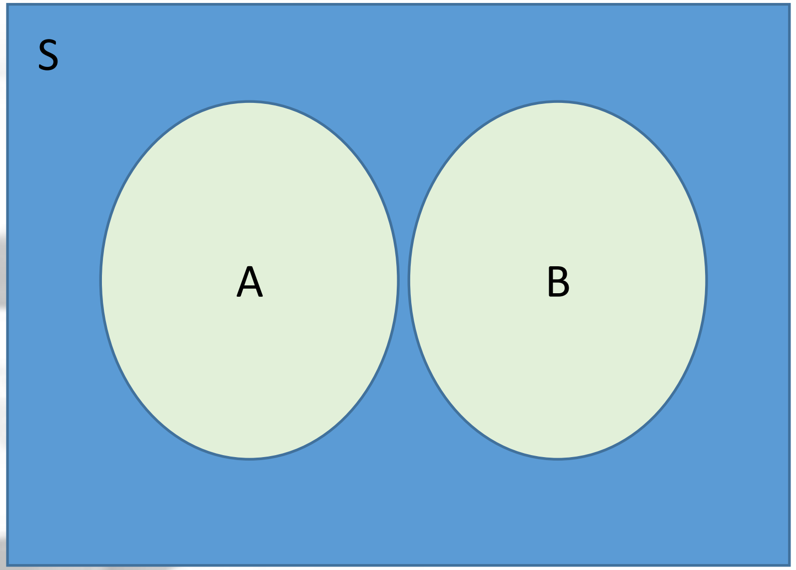


Diagram Venn $A \cup B$

Kejadian saling Menghilangkan / Lepas

Contoh :

Pada pelemparan dua buah dadu, tentukan probabilitas munculnya muka dua dadu dengan jumlah 7 atau 11!

Jawab :

Misal A = kejadian munculnya jumlah 7

B = kejadian munculnya jumlah 11

Tentukan ruang sampelnya dulu! Dari ruang sampel akan diperoleh :

A = {(6,1),(5,2),(4,3),(2,5),(1,6),(3,4)}

B = {(6,5),(5,6)}

Maka $P(A \cap B) = 0$ yang berarti A dan B saling lepas.

P(A) = 6/36 , P(B)=2/36 sehingga

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36}$$

KEJADIAN TIDAK SALING MENGHILANGKAN / KEJADIAN MAJEMUK

Institut Informatika & Bisnis DARMAJAYA Yayasan Alfian Husin

- Bila terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B, jika kejadian A terjadi maka kejadian B bisa saja terjadi atau sebaliknya.
- Rumusan probabilitas: $\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$
- Contoh:

Berapa probabilitas sebuah kartu yang dipilih secara acak dari 1 set kartu yang berisi 52 buah adalah kartu bergambar raja (King) atau bergambar hati (Heart). Jawab gambar King ada 4 kartu dan Gambar Heart ada 4 kartu dan tidak saling beririsan,

$P(A \cup B)$ = 4/52 + 4/52 – 0 = 8/52

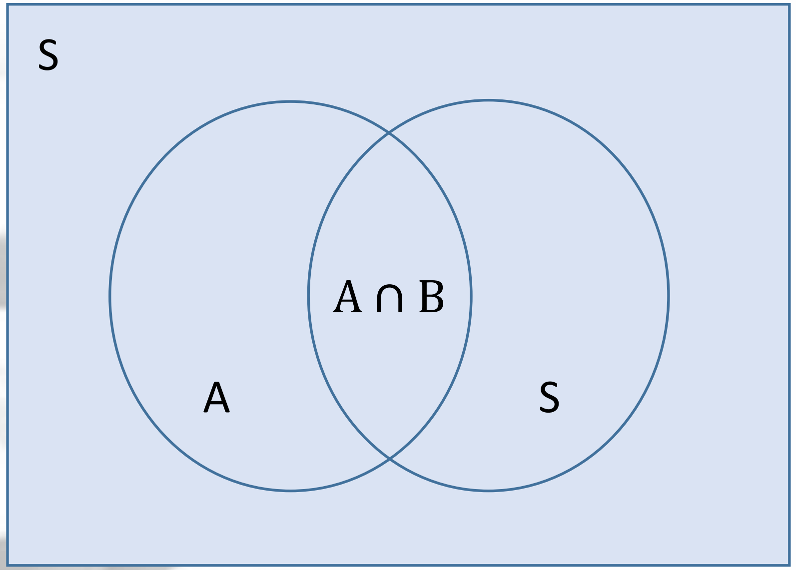
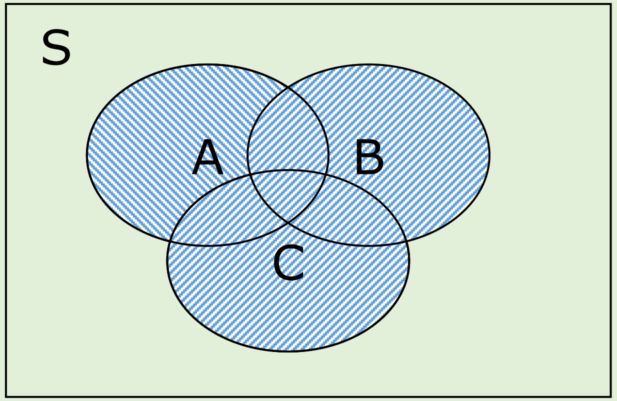


Diagram Venn $A \cup B$

PERUMUSAN PROBABILITAS KEJADIAN MAJEMUK

Untuk 3 kejadian maka :



Maka Probabilitas majemuknya adalah :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

PERUMUSAN PROBABILITAS KEJADIAN MAJEMUK

Contoh 1 :

Diambil satu kartu acak dari satu set kartu bridge yang lengkap. Bila A adalah kejadian terpilihnya kartu As dan B adalah kejadian terpilihnya kartu wajik, maka hitunglah

Jawab :

$$P(A \cup B)$$

$$P(A) = \frac{4}{52} \;,\; P(B) = \frac{13}{52} \;,\; P(A \cap B) = \frac{1}{52} \text{ (kartu As wajik)}$$

$$\text{Maka } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

PERUMUSAN PROBABILITAS KEJADIAN MAJEMUK

Contoh 2 :

Peluang seorang mahasiswa lulus Kalkulus adalah 2/3 dan peluang ia lulus Statistika adalah 4/9. Bila peluang lulus sekurang-kurangnya satu mata kuliah di atas adalah 4/5, berapa peluang ia lulus kedua mata kuliah tersebut?

Jawab :

Misal A = kejadian lulus Kalkulus

B = kejadian lulus Statistika

$$P(A)=\frac{2}{3}\ ,\ P(B)=\frac{4}{9}\ ,\ P(A\cup B)=\frac{4}{5}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{4}{5}=\frac{14}{45}$$

Kejadian Bersyarat

- **Bila terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B. Kejadian A bisa terjadi jika kejadian B sudah terjadi atau sebaliknya.**
  - **P(A/B) $\rightarrow$ peluang kejadian A setelah kejadian B terjadi.**
  - **P(B/A) $\rightarrow$ peluang kejadian B setelah kejadian A terjadi.**

- **Rumusan probabilitas:**

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Kejadian Bebas

Institut Informatika & Bisnis DARMAJAYA Yayasan Alfian Husin

- Bila terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B.
- Kejadian A dan kejadian B tidak saling berhubungan satu dengan yang lainnya.
- Rumusan probabilitas :

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

TEOREMA BAYES

TEOREMA BAYES

Definisi :

Oleh Reverend Thomas Bayes abad ke 18.

Dikembangkan secara luas dalam statistik inferensi.

Aplikasi banyak untuk : **Decision Support System (DSS)** dan Rehability

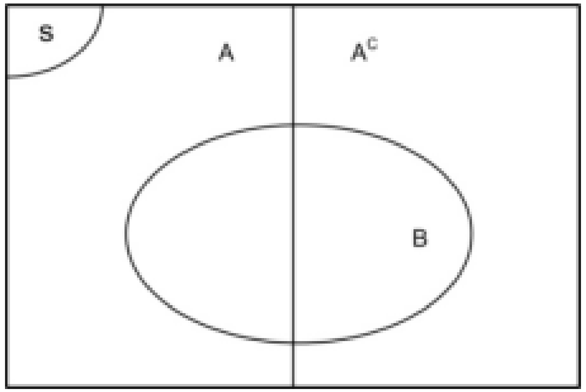
Teorema Bayes (Ilustrasi)

Misalkan dimiliki dua kotak yaitu kotak I dan kotak II. Dalam kotak I terdapat 10 bola yang terdiri dari 3 bola merah dan 7 bola putih sedangkan pada kotak II terdapat 15 bola yang terdiri dari 5 bola merah dan 10 bola putih. Apabila bola-bola tersebut disatukan dalam ember dan satu bola diambil secara random tanpa melihat dan ternyata berwarna merah, akan ditentukan probabilitasnya bahwa bola tersebut semula berasal dari kotak I. Karena keseluruhan terdapat 25 bola yang terdiri dari 10 bola dari kotak I dan 15 bola dari kotak II. Dari 25 bola tersebut, 8 bola berwarna merah dan 17 bola berwarna putih.

TEOREMA BAYES

Misalkan kejadian *B adalah kejadian mendapatkan bola berwarna* merah dan kejadian *A adalah kejadian mendapatkan bola dari kotak I.* Probabilitas bersyarat yang diinginkan adalah

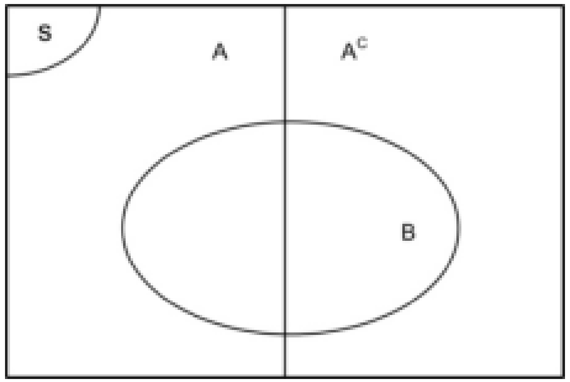
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$



Hubungan antara Himpunan B, A dan A^c

TEOREMA BAYES (ILUSTRASI)

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}.$$



Hubungan antara Himpunan B, A dan A^c

Kejadian *B dapat ditulis sebagai gabungan dari dua kejadian yang* terpisah yaitu *$B \cap A$ dan $B \cap A^c$*
sehingga

$$B = (B \cap A) \cup (B \cap A^c)$$

Dan berarti

$$P(B) = P(B \cap A) \cup P(B \cap A^c)$$

Akibatnya

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P\ (B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(B \cap A) \cup P(B \cap A^c)}$$

TEOREMA BAYES (CONTOH I)

Misalkan dimiliki dua kotak yaitu kotak I dan kotak II. Dalam kotak I terdapat 10 bola yang terdiri dari 3 bola merah dan 7 bola putih sedangkan pada kotak II terdapat 15 bola yang terdiri dari 5 bola merah dan 10 bola putih. Apabila bola-bola tersebut disatukan dalam ember dan satu bola diambil secara random tanpa melihat dan ternyata berwarna merah, akan ditentukan probabilitasnya bahwa bola tersebut semula berasal dari kotak I. Karena keseluruhan terdapat 25 bola yang terdiri dari 10 bola dari kotak I dan 15 bola dari kotak II. Dari 25 bola tersebut, 8 bola berwarna merah dan 17 bola berwarna putih.

Diperoleh

$$P(B \cap A) = \frac{3}{25}$$

$$P(B \cap Ac) = \frac{5}{25}$$

Sehingga

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B \cap A) \cup P(B \cap A^c)}$$

$$P(A|B) = \frac{3/25}{\left(\frac{3}{25}\right) + \left(\frac{5}{25}\right)} = \frac{3}{8}$$

Dalam bentuk teorema Bayes, hal tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\,P(A)}{P(B|A)\,P(A) + P(B|A^c)\,P(Ac)}$$

$$= \frac{\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{10}{25}\right)}{\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{10}{25}\right) + \left(\frac{5}{15}\right)\left(\frac{15}{25}\right)} = \frac{3}{8}$$

Teorema Bayes (Contoh I)

Anggaplah bahwa dalam suatu populasi terdapat laki-laki dan perempuan dengan jumlah yang sama. Dalam populasi ini 10 % dari laki-laki dan 5 % dari wanita adalah buta warna. Seorang buta warna dipilih secara random berapa probabilitasnya orang laki-laki yang terpilih ?

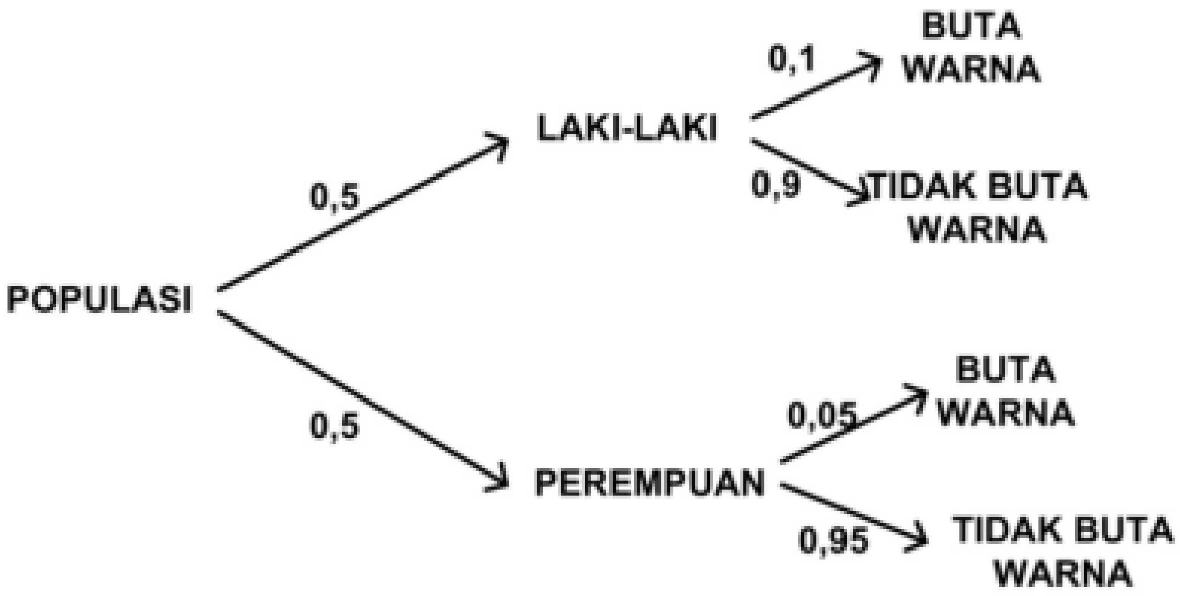


Diagram pohon probabilitas

Teorema Bayes (Contoh I)

Populasi terbagi ke dalam dua himpunan bagian yang saling asing yaitu laki-laki (kejadian **M**) dan perempuan (kejadian **F**). Akan dicari probabilitasnya orang **laki-laki yang terpilih dengan syarat buta warna** (**BW**). Dengan menggunakan teorema Bayes diperoleh:

- $P(M|BW) = \frac{P(BW|M)\,P(M)}{P(BW|M)\,P(M)+P(BW|F)\,P(F)}$
- $P(M|BW) = \frac{(0{,}05)(0{,}5)}{(0{,}05)(0{,}5)+(0{,}0025)(0{,}5)} = \frac{0{,}002500}{0{,}002625}$
- $P(M|BW) = \frac{20}{21}$

TEOREMA BAYES (UMUM)

Misalkan { $A_1, A_2, \ldots, A_n$ } suatu himpunan kejadian yang merupakan suatu sekatan ruang sampel ***S*** *dengan* $P(A_i) \neq 0$ untuk $i = 1,2, \ldots, n$.

Misalkan *B suatu kejadian sembarang dalam S dengan* $P(B) \neq 0$ maka untuk *k = 1,2, …, n berlaku*

$$P(A_k|B) = \frac{P(Ak \cap B)}{\sum_{i=1}^{k} P(Ai \cap B)} = \frac{P(B|A_k)\, P(A_k)}{\sum_{i=1}^{k} P(B|A_i) P(Ai)}$$

TEOREMA BAYES (CONTOH III)

Suatu generator telekomunikasi nirkabel mempunyai 3 pilihan tempat untuk membangun pemancar sinyal yaitu didaerah tengah kota, daerah kaki bukit dikota itu dan derah tepi pantai, dengan masing-masing mempunyai peluang 0.2; 0.3 dan 0.5. Bila pemancar dibangun ditengah kota, peluang terjadi ganguan sinyal adalah 0.05. Bila pemancar dibangun dikaki bukit, peluang terjadinya ganguan sinyal adalah 0.06.Bila pemancar dibangun ditepi pantai, pelaung ganguan sinyal adalah 0.08.

- Berapakah peluang terjadinya ganguan sinyal?
- Bila diketahui telah terjadinya gangguan pada sinyak pada sinyal, berapa peluang bahwa operator tsb ternyata telah membangun pemancar di tepi pantai?

TEOREMA BAYES (CONTOH III)

Misal:

A = Terjadi ganguan sinyal

B1 = Pemancar dibangun di tengah kota

B2 = ---------------------------di kaki bukit

B3 = ---------------------------di tepi pantai

Maka :

- A). Peluang terjadinya ganguan sinyal

$$P(A) = P(A|B1)\,P(B1) + P(A|B2)\,P(B2) + P(A|B3)\,P(B3)$$

$$P(A) = (0.05)\,(0,2) + (0.06)\,(0.3) + (0.08)\,(0.5)$$

$$P(A) = 0.001 + 0.018 + 0.04 = 0.068$$

TEOREMA BAYES (CONTOH III)

B. Diketahui telah terjadi ganguan pd sinyal, maka peluang bahwa operator ternyata telah membangun pemancar di tepi pantai:

Dapat dinyatakan dgn: “Peluang bersyarat bahwa operator membangun pemancar di tepi pantai bila diketahui telah terjadi ganguan sinyal”:

$$P(B_3|A) = \frac{P(B_3 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)}$$

$$= \frac{(0{,}08)(0{,}5)}{0{,}068} = 0{,}588$$

Teorema Bayes (Contoh 4)

Dalam populasi lalat buah yang dipelajari, terdapat 2 jenis mutasi yaitu mutasi sayap dan mutasi mata. Mutasi sayap terdapat 25 % populasi, 15 % mutasi mata dan 10 % mutasi keduanya. Jika seekor lalat dipilih secara random maka tentukan :

a. Jika lalat tersebut mempunyai mutasi sayap, berapakah probabilitasnya juga mempunyai mutasi mata?
b. Jika lalat tersebut mempunyai mutasi mata, berapakah probabilitasnya juga mempunyai mutasi sayap?
c. Berapakah probabilitasnya bahwa lalat tersebut paling sedikit mempunyai satu mutasi ?

TEOREMA BAYES (CONTOH 4)

Penyelesaian :

Misalkan *W* menyatakan bahwa lalat mengalami mutasi sayap dan *E* menyatakan bahwa lalat mengalami mutasi mata.

a. $P(E \mid W) = \dfrac{P(E \cap W)}{P(W)} = \dfrac{0{,}10}{0{,}25} = \dfrac{2}{5}.$

b. $P(W \mid E) = \dfrac{P(W \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0{,}10}{0{,}15} = \dfrac{2}{3}.$

c. $$\begin{aligned} P(W \cup E) &= P(W) + P(E) - P(W \cap E) \\ &= 0{,}25 + 0{,}15 - 0{,}10 \\ &= 0{,}30. \end{aligned}$$

TEOREMA BAYES (CONTOH 5)

Misalkan bahwa seorang perempuan dengan golongan darah tipe **O** dan golangan darah **AB** mempunyai pasangan kembar laki-laki dengan golongan darah tipe **B**. Jika diketahui bahwa mendekati seperempat dari semua pasangan kembar berasal dari satu telur, berapa probabilitasnya bahwa pasangan kembar ini berasal dari satu telur ?

- **Penyelesaian**

Misalkan kejadian *E* adalah kejadian bahwa pasangan kembar berasal dari satu telur dan kejadian *B* adalah kejadian bahwa pasangan kembar anak mempunyai golongan darah tipe **B**. Akan ditentukan probabilitasnya bahwa pasangan kembar ini berasal dari satu telur dengan syarat bahwa pasangan kembar anak mempunyai golongan darah tipe **B** adalah:

TEOREMA BAYES (CONTOH 5)

- **Penyelesaian**

Misalkan kejadian *E* adalah kejadian bahwa pasangan kembar berasal dari satu telur dan kejadian *B* adalah kejadian bahwa pasangan kembar anak mempunyai golongan darah tipe **B**. Akan ditentukan probabilitasnya bahwa pasangan kembar ini berasal dari satu telur dengan syarat bahwa pasangan kembar anak mempunyai golongan darah tipe **B** adalah:

$$P(E|B) = \frac{P(B|E)P(E)}{P(B|E)P(E) + P(B|E^c)P(E^c)}$$

$$= \frac{(1/4)(1/2)}{(1/4)(1/2) + (3/4)(1/4)}$$

$$= \frac{1/8}{5/16}.$$

$$= \frac{2}{5}.$$

Institut Informatika & Bisnis
DARMAJAYA
Yayasan Alfian Husin

TERIMA KASIH