



Relasi dan Fungsi

OLEH

RADHITA ASFARINA ANNIZAR, S.E., M.SC.

Relasi dan Fungsi

- Relasi dan fungsi merupakan konsep matematika fundamental yang memiliki aplikasi luas dalam dunia bisnis.
- **Relasi** adalah hubungan antara himpunan dari daerah asal (domain) dan daerah kawan (kodomain). Anggota himpunan dari daerah asal dipasangkan dengan anggota himpunan dari daerah kawan sesuai dengan relasinya.
- **Fungsi** adalah gambaran hubungan antara variabel yang satu dengan variabel yang lain.

Aplikasi Relasi dan Fungsi dalam Bisnis

Relasi dan fungsi memiliki aplikasi yang luas dalam dunia bisnis. Dengan memahami konsep-konsep ini, para pengambil keputusan dapat menganalisis data, membuat prediksi, dan mengoptimalkan operasi bisnis.





Contoh:

$A = \{\text{Tokyo, Bangkok, Seoul}\}$

$B = \{\text{Thailand, Korea Selatan, Jepang}\}$

$C = \{\text{kimchi, pad thai, bulgogi, sushi}\}$

Relasi antara himpunan A dan B

$R: A \rightarrow B = \{(\text{Tokyo, Jepang}), (\text{Bangkok, Thailand}), (\text{Seoul, Korea Selatan})\}$

Setiap anggota himpunan A tepat berpasangan dengan setiap satu anggota himpunan B, sehingga relasinya disebut sebagai fungsi atau lebih spesifiknya korespondensi satu-satu.



Sedangkan Relasi antara himpunan C dan B

$B = \{\text{Thailand, Korea Selatan, Jepang}\}$

$C = \{\text{kimchi, pad thai, bulgogi, sushi}\}$

$R: B \rightarrow C = \{(\text{Thailand, pad thai}), (\text{Korea Selatan, kimchi}), (\text{Korea Selatan, bulgogi}), (\text{Jepang, sushi})\}$

Hubungan di atas bukanlah fungsi karena ada satu anggota himpunan B yang berpasangan dengan 2 anggota himpunan C, yaitu Korea Selatan yang berpasangan dengan kimchi dan bulgogi. Namun, keduanya masih termasuk relasi.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa setiap fungsi adalah relasi, namun setiap relasi belum tentu fungsi.

Cara Menyatakan Relasi

Relasi bisa dinyatakan dalam beberapa bentuk, yaitu sebagai berikut.

1. Diagram panah

Cara menyatakannya adalah dengan membuat dua bangun yang merepresentasikan domain dan kodomain. Di dalam bangun tersebut diberi tanda berupa titik sebanyak anggota himpunannya. Lalu, hubungkan titik-titik dari daerah domain menuju titik-titik daerah kodomain menggunakan tanda panah. Perhatikan dua contoh berikut.

Contoh:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

Tuliskan dahulu domain serta kodomainnya.

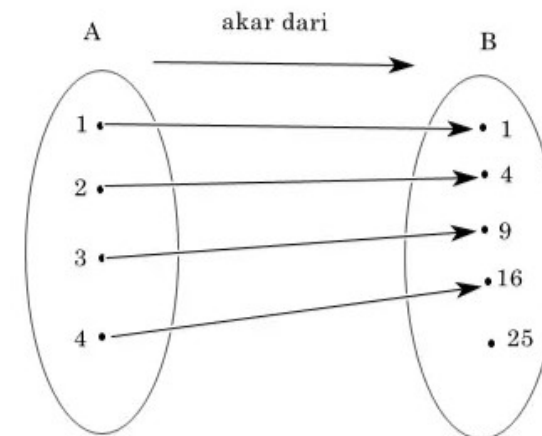
$$\text{Domain: } A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{Kodomain: } B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

Relasi: A akar dari B

$$\text{Model: } R: \sqrt{x} \rightarrow x^2$$

Bentuk diagram panahnya adalah sebagai berikut.



Slide 6

d1

dhita; 30/09/2024

2. Diagram Cartesius

Selain diagram panah, relasi juga bisa ditulis dalam bentuk diagram Cartesius. Sumbu X menunjukkan daerah domain dan sumbu Ynya daerah kodomain. Perhatikan contoh berikut.

Diketahui : Anggota Himpunan A = {2, 3, 4}; Anggota Himpunan B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}.

Fungsi $f : A \rightarrow B$ ditentukan oleh $f(x) = 2x - 2$.

- Tentukanlah range fungsi f .
- Gambarlah fungsi f dengan diagram panah.
- Gambarlah ke dalam diagram cartesius fungsi f .

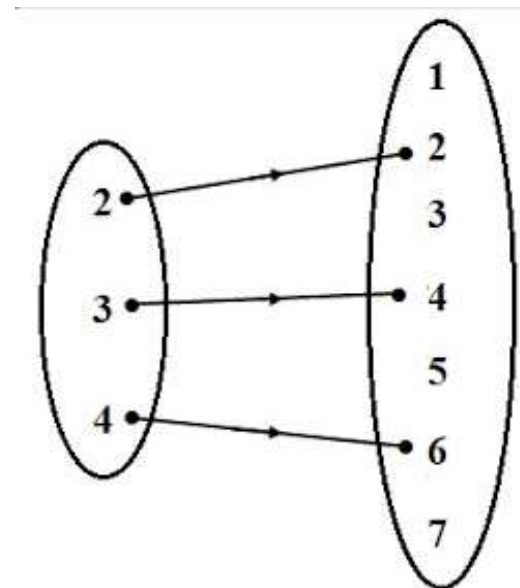
Pembahasan :

a. Menggunakan fungsi $f(x) = 2x - 2$ maka:

- $f(2) = 2 * 2 - 2 = 2$
- $f(3) = 2 * 3 - 2 = 4$
- $f(4) = 2 * 4 - 2 = 6$

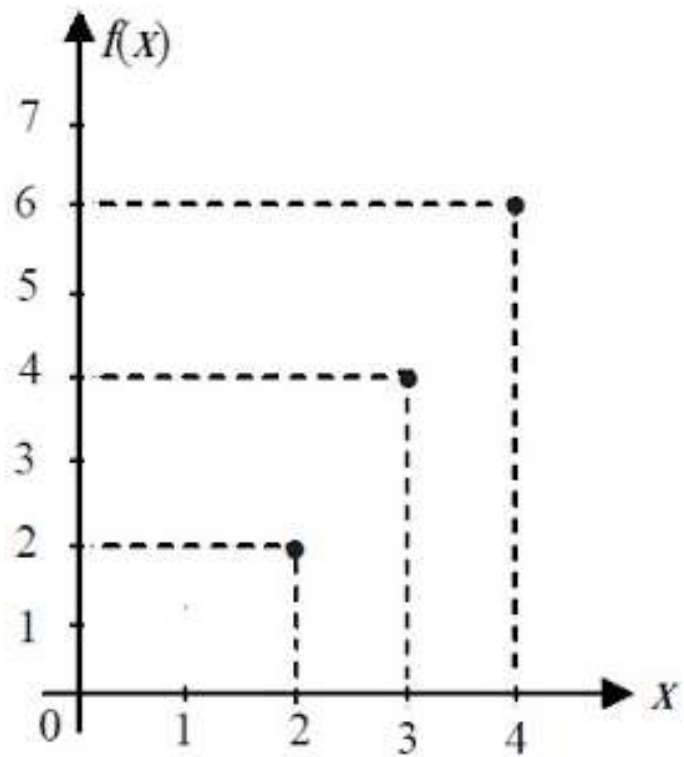
Maka, range fungsi f ialah {2, 4, 6}.

b. Di bawah ini gambar fungsi f diagram panah





c. Di bawah ini gambar fungsi f diagram Cartesius.



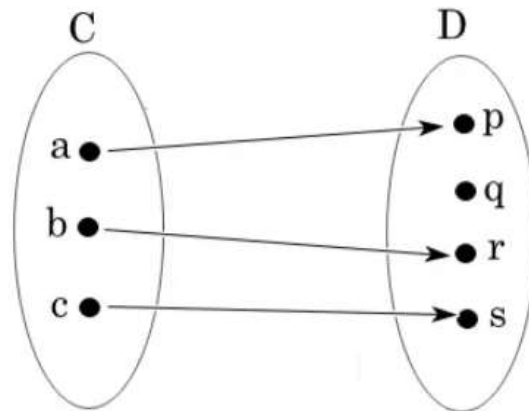
Jenis-Jenis Fungsi

Secara umum, fungsi dibagi menjadi tiga jenis yaitu sebagai berikut.

1. Fungsi injektif

Fungsi injektif adalah fungsi yang anggota kodomainnya hanya boleh berpasangan dengan satu anggota domain.

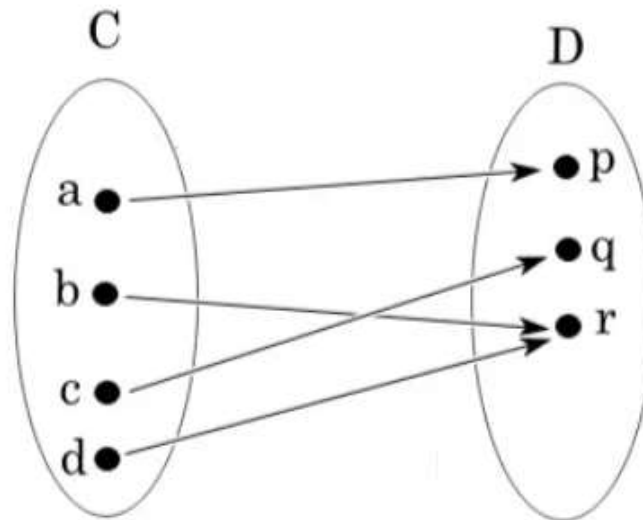
Pada injektif ini, anggota kodomain boleh tidak berpasangan. Perhatikan contoh berikut.



Setiap anggota domain tepat berpasangan dengan satu anggota kodomain. Namun, masih ada anggota kodomain yang tidak berpasangan.

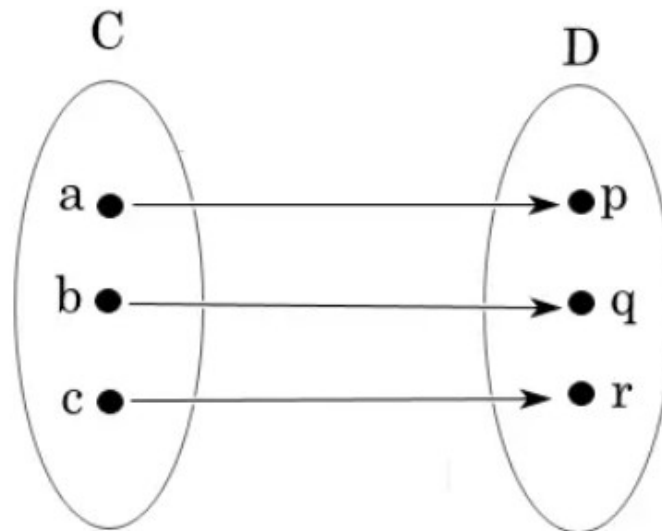
2. Fungsi surjektif

Fungsi surjektif adalah fungsi yang anggota kodomainnya tidak boleh ada yang tidak berpasangan. Setiap anggota kodomain boleh berpasangan dengan lebih dari satu anggota domain. Perhatikan contoh berikut.



3. Fungsi bijektif

Adalah fungsi yang anggota kodomainnya tidak boleh ada yang tidak berpasangan dan setiap anggota kodomain harus berpasangan dengan tepat satu anggota domain. Artinya, anggota kodomain tidak boleh bercabang. Perhatikan contoh berikut. Bijektif ini biasa disebut korespondensi satu-satu.



CONTOH SOAL

Contoh Soal 1

Sebuah fungsi $f: x \rightarrow y$ dengan $f(x) = 4 + 2x$ memiliki daerah asal $\{1, 3, 5, 7\}$.

Gambarkan diagram panah fungsi tersebut!

Jawaban:

Pertama, tentukan dahulu daerah kawan (kodomain) yang anggotanya sama dengan daerah hasil. Caranya adalah dengan mensubstitusikan nilai daerah asal pada persamaan fungsi yang tersedia.

$$f(x) = 4 + 2x$$

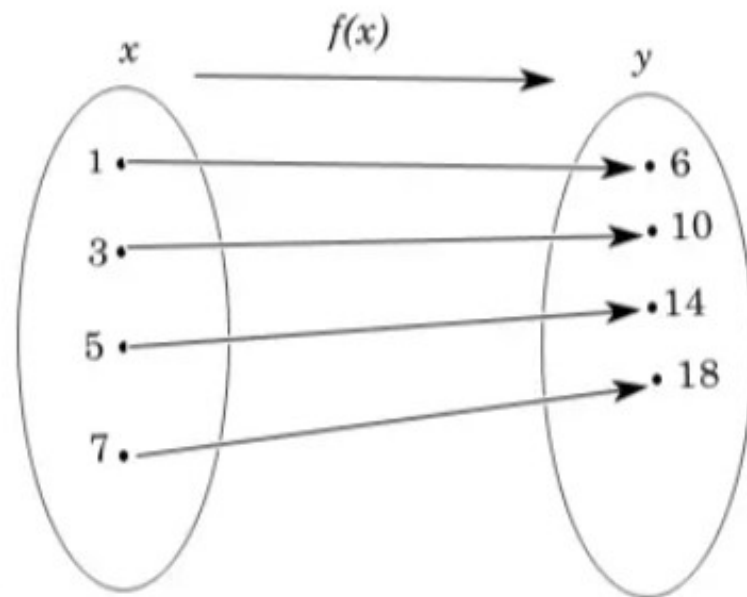
$$\Leftrightarrow x = 1 \rightarrow f(1) = 4 + 2(1) = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \rightarrow f(3) = 4 + 2(3) = 10$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \rightarrow f(5) = 4 + 2(5) = 14$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \rightarrow f(7) = 4 + 2(7) = 18$$

Dengan demikian, daerah hasilnya adalah $\{6, 10, 14, 18\}$. Jika digambarkan dalam bentuk diagram panah, menjadi seperti berikut.



Contoh Soal 2

Pak Hasan memiliki himpunan S, T, U, V, dan W yang masing-masing anggotanya adalah sebagai berikut.

$$\bullet S = \{(3,2), (4,3), (5,7), (6,8)\}$$

$$\bullet T = \{(2,3), (2,4), (3,5), (4,7)\}$$

$$\bullet U = \{(1,3), (2,3), (3,5), (4,9)\}$$

$$\bullet V = \{(4,5), (1,2), (3,9), (7,10)\}$$

$$\bullet W = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,4)\}$$

Tentukan jenis himpunan yang dimiliki Pak Hasan tersebut!

Jawaban:

$$\text{Himpunan } S = \{(3,2), (4,3), (5,7), (6,8)\}$$

$$\text{Domain} = \{3, 4, 5, 7\}$$

$$\text{Kodomain} = \{2, 3, 7, 8\}$$

Jika diperhatikan, setiap anggota himpunan domain tepat berpasangan dengan satu anggota himpunan kodomain. Tidak hanya itu, setiap satu anggota kodomain hanya memiliki satu pasang anggota domain. Artinya, himpunan S merupakan fungsi bijektif atau korespondensi satu-satu.

$$\text{Himpunan } T = \{(2,3), (2,4), (3,5), (4,7)\}$$

$$\text{Domain} = \{2, 3, 4\}$$

$$\text{Kodomain} = \{3, 4, 5, 7\}$$

Jika diperhatikan, ada satu anggota domain yang berpasangan dengan dua anggota kodomain, yaitu (2,3) dan (2,4).

Artinya, himpunan T merupakan relasi atau tidak termasuk fungsi.



Himpunan U = {(1,3), (2,3), (3,5), (4,9)}

Domain = {1, 2, 3, 4}

Kodomain = {3, 5, 9}

Jika diperhatikan, setiap satu anggota domain berpasangan dengan tepat satu anggota kodomain.

Namun, ada anggota kodomain yang berpasangan dengan dua anggota domain. Artinya, himpunan U merupakan fungsi surjektif.

Himpunan V = {(4,5), (1,2), (3,9), (7,10)}

Domain = {4, 1, 3, 7}

Kodomain = {5, 2, 9, 10}

Jika diperhatikan, setiap anggota himpunan domain tepat berpasangan dengan satu anggota himpunan kodomain.

Tidak hanya itu, setiap satu anggota kodomain hanya memiliki satu pasang anggota domain.

Artinya, himpunan V merupakan fungsi bijektif atau korespondensi satu-satu.

Himpunan W = {(1,2), (1,3), (2,3), (2,4)}

Domain = {1, 2}

Kodomain = {2, 3, 4}

Jika diperhatikan, satu anggota domain berpasangan dengan lebih dari satu anggota kodomain.

Artinya, himpunan W merupakan relasi atau tidak termasuk fungsi.

Jadi, himpunan S = fungsi bijektif, himpunan T = relasi, himpunan U = fungsi surjektif, himpunan V = fungsi bijektif, dan himpunan W = relasi.



Latihan Soal

1. Terdapat dua himpunan:

$A = \{S1, S2\}$ (toko)

$B = \{P1, P2, P3\}$ (produk)

Relasi antara toko dan produk adalah:

- Toko S1 menjual produk P1 dan P3.
- Toko S2 menjual produk P2.

Tentukan:

1. Gambar relasi dalam bentuk diagram panah.
2. Representasikan relasi pada koordinat Cartesius.
3. Tentukan apakah relasi ini merupakan fungsi.

2. Diberikan dua himpunan:

$A = \{M1, M2, M3\}$ (manajer)

$B = \{P1, P2\}$ (proyek)

Relasi antara manajer dan proyek adalah:

- M1 menangani proyek P1.
- M2 menangani proyek P2.
- M3 menangani proyek P1 dan P2.

Tentukan:

1. Gambar relasi dalam bentuk diagram panah.
2. Representasikan relasi pada koordinat Cartesius.
3. Tentukan apakah relasi ini merupakan fungsi.



3. Pak Budi memiliki himpunan **A**, **B**, **C**, **D**, dan **E**, yang masing-masing anggotanya adalah sebagai berikut:

• **A** = $\{(2,1), (3,2), (4,4), (5,6)\}$

• **B** = $\{(1,3), (1,4), (2,6), (3,8)\}$

• **C** = $\{(2,2), (3,4), (4,6), (5,8)\}$

• **D** = $\{(1,2), (2,3), (3,5), (4,7)\}$

• **E** = $\{(1,4), (2,5), (3,7), (4,9)\}$

Tentukan:

1. Jenis himpunan relasi yang dimiliki Pak Budi tersebut
2. Gambar relasi dalam bentuk diagram panah.
3. Representasikan relasi pada koordinat Cartesius