



Institut Informatika & Bisnis
DARMAJAYA
Keunggulan. Afiliasi. Inovasi.



**Kampus
Merdeka**
INDONESIA JAYA

**MERDEKA
BELAJAR**

Statistika untuk Sains Data

SSD23401

PERTEMUAN 4

Egi Safitri, S.Mat., M.Si

`egisafitri@ darmajaya.ac.id`

October 19th, 2023



Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Bistribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Probabilitas**
 - Konsep Probabilitas Lanjutan
 - Aturan Dasar Probabilitas
 - Contoh Soal
- 2 Distribusi Probabilitas**
 - Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak
- 3 Jenis Distribusi Probabilitas**
 - Bistribusi Binomial
 - Distribusi Poisson
 - Distribusi Normal
- 4 Aturan Bayes**
 - Aturan Bayes





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Frekuensi relatif pada dasarnya bisa digunakan untuk memperkirakan nilai probabilitas

$$\text{Probabilitas suatu kejadian} = \frac{\text{frekuensi kejadian}}{\text{jumlah observasi}} \quad (1.1)$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acacak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Aturan Penjumlahan

- 1 Kejadian yang saling menghilangkan
- 2 Kejadian yang tidak saling menghilangkan

Aturan Penjumlahan

- 1 Kejadian bersyarat
- 2 Kejadian bebas





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Jika terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B, jika kejadian A terjadi maka kejadian B tidak akan terjadi atau sebaliknya.

Rumusan Probabilitas

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1.2)$$





Kejadian Tidak Saling Menghilangkan

Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Jika terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B, jika kejadian A terjadi maka kejadian B bisa saja terjadi atau sebaliknya.

Rumusan Probabilitas

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1.3)$$





Kejadian Bersyarat

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Jika terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B.
- 2 Kejadian A bisa terjadi jika kejadian B sudah terjadi atau sebaliknya

Rumusan Probabilitas

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (1.4)$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \quad (1.5)$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Jika terdapat dua jenis kejadian, misalnya kejadian A dan B.
- 2 Kejadian A dan kejadian B tidak saling berhubungan satu dengan yang lainnya

Rumusan Probabilitas

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad (1.6)$$





Contoh Soal

Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dari setiap 100 pekerja di sebuah perusahaan, 57 orang adalah pekerja produksi (A), 40 orang adalah pengawas (B), 2 orang sekretaris (C) dan 1 orang manajer (D). Jika seorang dipilih secara acak, tentukan probabilitas

Tentukan

- 1 $P(A)$
- 2 $P(A \cup B \cup C)$
- 3 $P(A \cup D)$
- 4 $P(A \cup C)$





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Untuk menyelesaikan soal ini, pertama-tama, kita akan menentukan probabilitas masing-masing kejadian yang diminta.

- $P(A)$ adalah probabilitas memilih seorang pekerja produksi.
 - $P(B)$ adalah probabilitas memilih seorang pengawas.
 - $P(C)$ adalah probabilitas memilih seorang sekretaris.
 - $P(D)$ adalah probabilitas memilih seorang manajer.
- Kemudian, kita akan menghitung probabilitas gabungan





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Probabilitas memilih pekerja produksi (A):

$$P(A) = \frac{57}{100} = 57\% = 0.57$$

- 2 Probabilitas memilih salah satu dari A, B, atau C:

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{57}{100} + \frac{40}{100} + \frac{2}{100} = 99\% = 0.99$$

- 3 Probabilitas memilih salah satu dari A atau D:

$$P(A \cup D) = \frac{57}{100} + \frac{1}{100} = 58\% = 0.58$$

- 4 Probabilitas memilih salah satu dari A atau C:

$$P(A \cup C) = \frac{57}{100} + \frac{2}{100} = 59\% = 0.59$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Departemen pariwisata kota Bandung mempunyai data dari 200 orang wisatawan yang berkunjung ke Bandung, ternyata 120 orang mengunjungi Ciater dan 100 orang mengunjungi kebun binatang serta 60 orang telah mengunjungi kedua objek wisata tersebut. Tentukan probabilitas seorang wisatawan terpilih mengunjungi Ciater atau kebun binatang ?



**Probabilitas**

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Untuk menentukan probabilitas bahwa seorang wisatawan terpilih mengunjungi Ciater atau Kebun Binatang, kita dapat menggunakan prinsip probabilitas gabungan.

Dalam hal ini, kita memiliki informasi tentang jumlah orang yang mengunjungi Ciater (A), jumlah orang yang mengunjungi Kebun Binatang (B), dan jumlah orang yang mengunjungi keduanya ($A \cap B$).

Kita dapat menghitung probabilitasnya sebagai berikut:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$





Jawaban 2

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dalam hal ini, kita memiliki:

- $P(A)$ adalah probabilitas mengunjungi Ciater:

$$\frac{\text{jumlah orang yang mengunjungi Ciater}}{\text{jumlah total orang}} = \frac{120}{200}$$

- $P(B)$ adalah probabilitas mengunjungi Kebun Binatang:

$$\frac{\text{jumlah orang yang mengunjungi Kebun Binatang}}{\text{jumlah total orang}} = \frac{100}{200}$$

- $P(A \cap B)$ adalah probabilitas mengunjungi keduanya:

$$\frac{\text{jumlah yang mengunjungi Ciater dan Kebun Binatang}}{\text{jumlah total orang}} = \frac{60}{200}$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Sekarang kita bisa menghitung probabilitasnya:

$$P(A \cup B) = \frac{120}{200} + \frac{100}{200} - \frac{60}{200} = \frac{160}{200} - \frac{60}{200} = \frac{100}{200} = 0.5$$

Jadi, probabilitas seorang wisatawan terpilih mengunjungi Ciater atau Kebun Binatang adalah 0.5 atau 50%.





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi peluang berkaitan erat dengan distribusi frekuensi. Distribusi frekuensi mencerminkan hasil percobaan atau observasi, sementara distribusi peluang menggambarkan hasil yang diharapkan dari percobaan atau pengamatan tersebut, sehingga sering disebut sebagai distribusi teoritis.

Suatu tindakan melemparkan satu keping mata uang logam berisi dua (angka dan gambar) akan menghasilkan salah satu dari kejadian yang mungkin yaitu munculnya sisi angka atau gambar.





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi Probabilitas

- Bila bobot kedua sisi mata uang tersebut sama, maka diharapkan baik sisi gambar maupun sisi angka mempunyai kesempatan yang sama.
- Bila dilakukan percobaan pelemparan uang sebanyak 2 kali secara adil, maka hasil yang mungkin dari percobaan dua kali pelemparan mata uang logam tersebut dapat disajikan dalam tabel berikut

Table 1: Kemungkinan Muncul Sisi Angka dari Dua Kali Lemparan Mata Uang Logam dan Peluangnya

1	2	Jumlah angka muncul	Peluang
A	A	2	$0.5 \times 0.5 = 0.25$
A	G	1	$0.5 \times 0.5 = 0.25$
G	A	1	$0.5 \times 0.5 = 0.25$
G	G	0	$0.5 \times 0.5 = 0.25$



**Probabilitas**Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

**Distribusi
Probabilitas**Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak**Jenis Distribusi
Probabilitas**

Bistribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dari tabel diatas kita dapat mengetahui distribusi probabilitas jumlah sisi angka yang mungkin dihasilkan dari dua kali lemparan uang logam seperti tertera dalam tabel dibawah. Meskipun demikian perlu dicatat bahwa hasil yang diperoleh ini bukanlah hasil yang nyata, tetapi merupakan hasil yang diharapkan dari percobaan dua kali lemparan mata uang logam, sehingga hasil yang diperoleh disebut hasil terorisit.

Table 2: Kemungkinan Muncul Sisi Angka dari Dua Kali Lemparan Mata Uang Logam dan Peluangnya

Jumlah sisi angka	Lemparan	Peluang
0	(G, G)	0.25
1	$(G, A) + (A, G)$	0.5
2	(A, A)	0.25





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- Variabel random adalah suatu kondisi yang menunjukkan bahwa nilai terjadinya suatu peristiwa ditentukan oleh proses kebetulan, bukan dikendalikan oleh peneliti.
- Variabel random dapat dibedakan menjadi dua, yaitu variabel random diskrit dan variabel random kontinue.
- Variabel random diskrit adalah variabel yang besarnya tidak dapat menempati semua nilai diantara dua titik, sehingga nilainya berupa bilangan bulat

Contoh

Data hasil pencacahan, misalnya banyaknya anak pada sebuah keluarga dapat berjumlah 1,2,3 orang dan seterusnya, tetapi tidak mungkin berjumlah 2,7 atau 1,5





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Bistribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Variabel sandom kontinyu adalah varibel yang dapat dinyatakan dalam sebarang nilai yang terdapat dalam interval tertentu sehingga nilainya bisa berupa bilangan bulat maupun pecahan atau pengukurannya dapat dibagi dalam bagian-bagian yang tak terhingga.

Contoh

Data pengukuran : umur, panjang dan lain-lain, misalnya umur seseorang 3.5 tahun, 3 tahun dsb





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi Probabilitas Diskrit

- 1 Distribusi Binomial
- 2 Distribusi Poisson

Distribusi Probabilitas Kontinu

- 1 Distribusi Normal
- 2 Distribusi Eksponensial
- 3 Distribusi Seragam





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi binomial disebut juga sebagai percobaan atau proses dari Bernouli. **Jones Bernouli** adalah ahli matematika dari Swiss (1654 – 1705) yang berjasa dalam pengembangan penggunaan distribusi binomial

Ciri-ciri dari percobaan Bernouli adalah :

- 1 Setiap percobaan hanya menghasilkan dua kemungkinan yang saling meniadakan yaitu sukses atau gagal Contoh :
 - Bila seseorang memilih secara acak sehelai kartu dari setumpuk kartu “bridge”, kartu yang terpilih dapat merupakan “kartu As” atau “bukan kartu As”.
 - Probabilitas peristiwa sukses (p) dari suatu percobaan ke percobaan berikutnya adalah tetap, probabilitas gagal (q) adalah $1 - p$





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Bistribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Contoh

- 1 Bila kita hanya berminat untuk mengetahui apakah kartu yang terpilih merupakan “kartu As” atau “bukan kartu As”, maka kita dapat menyatakan peluang terambilnya kartu As adalah $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$, sehingga peluang terambilnya kartu bukan As adalah $1 - \frac{4}{52} = \frac{12}{13}$
- 2 Masing-masing percobaan merupakan peristiwa independen, artinya peristiwa yang satu tidak mempengaruhi terjadinya peristiwa yang lain.





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acacak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Rumus Binomial

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k} \quad (3.1)$$

dengan :

- $P(X = k)$ adalah probabilitas variabel acak X sama dengan nilai k . Ini mengukur probabilitas sukses sebanyak k kali dalam n percobaan.
- $\binom{n}{k}$ (*binomial coefficient*) adalah simbol "n choose k" yang menghitung berapa cara k keberhasilan dapat diatur dalam n percobaan. Rumusnya adalah $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, di mana $n!$ adalah faktorial dari n .





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

dengan :

- p^k adalah probabilitas sukses dalam satu percobaan, dipangkatkan dengan k . Ini mewakili keberhasilan yang diharapkan sebanyak k kali.
- $(1 - p)^{n-k}$ adalah probabilitas kegagalan dalam satu percobaan, dipangkatkan dengan $n - k$. Ini mewakili kegagalan yang diharapkan sebanyak $n - k$ kali.





Distribusi Poisson

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi Poisson adalah distribusi teoritis yang berlaku untuk variabel acak diskrit. Seperti distribusi binomial, ada dua kategori yang mungkin terjadi pada populasi. Dalam distribusi Poisson, terdapat independensi antara kejadian-kejadian, dan masing-masing kejadian memiliki probabilitas yang konstan. Distribusi ini cocok digunakan ketika jumlah individu yang dihadapi sangat besar, sementara probabilitas munculnya satu individu dalam kategori tertentu sangat rendah.

Distribusi poisson ditemukan oleh poisson, penerapannya hampir sama dengan distribusi binomial hanya membutuhkan syarat $P < 0.05$ dan $n > 20$ (n besar dan probabilitas untuk terjadi sangat kecil).





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes



Formula Poisson

Rumus Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \quad (3.2)$$

dengan :

- $P(X = k)$ adalah probabilitas variabel acak X sama dengan nilai k . Ini adalah probabilitas terjadinya tepat k kejadian dalam distribusi Poisson.
- e adalah bilangan Euler, bernilai 2.71828.
- $-\lambda$ adalah ekspektasi nilai kejadian per unit interval (lambda) dalam distribusi Poisson.
- λ^k menggambarkan berapa banyak kejadian yang diharapkan.
- $k!$ adalah faktorial dari k yang menghitung berapa banyak cara k kejadian dapat diatur.



Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

probabilitas seorang mahasiswa terlambat dalam mengikuti kuliah Statistika II adalah 0.4. Berapa probabilitas dari 5 mahasiswa :

- 1 Tidak ada yang terlambat
- 2 1 mahasiswa terlambat
- 3 Paling banyak 1 mahasiswa terlambat ($x \leq 1$)
- 4 Paling sedikit 2 mahasiswa yang terlambat ($x \geq 2$)





Contoh Soal: Distribusi Poisson

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan
Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Sebuah toko roti mengalami rata-rata 3 pelanggan per jam. Berapa probabilitas bahwa dalam satu jam, toko tersebut akan melayani tepat 5 pelanggan?

Distribusi Poisson digunakan untuk menghitung probabilitas terjadinya suatu peristiwa langka dalam interval waktu atau ruang tertentu.





Cara Menghitung Distribusi Poisson

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dalam kasus ini, kita akan menggunakan distribusi Poisson untuk menghitung probabilitas melayani 5 pelanggan dalam satu jam, di mana rata-rata pelanggan per jam (λ) adalah 3.

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

- 1 Identifikasi parameter distribusi Poisson:
 - Rata-rata pelanggan per jam (λ) = 3
 - Jumlah peristiwa yang ingin dihitung probabilitasnya (k) = 5
- 2 Gunakan rumus distribusi Poisson:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

3 Hitung probabilitasnya:

$$P(X = 5) = \frac{e^{-3} \cdot 3^5}{5!}$$

4 Hitung masing-masing komponen:

- e adalah angka Euler (sekitar 2.71828)
- $k!$ adalah faktorial dari k ($5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$)

5 Hitung hasilnya:

$$P(X = 5) = \frac{2.71828^{-3} \cdot 3^5}{5!}$$

$$P(X = 5) \approx 0.10082$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Hasil

Jadi, probabilitas bahwa toko roti akan melayani tepat 5 pelanggan dalam satu jam adalah sekitar 0.10082 atau sekitar 10.08%.





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi poisson dapat digunakan untuk pendekatan distribusi binomial, namun dengan memperhatikan persyaratan bahwa n besar dan p kecil, aturan yang sering digunakan dalam statistika bahwa distribusi poisson merupakan pendekatan yang paling baik bagi distribusi binomial adalah bila $n > 20$ dan $P < 0,05$

Dalam kondisi ini dapat disubstitusikan rata-rata distribusi binomial ke dalam rata-rata distribusi poisson $\lambda = n \cdot p$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

sehingga formulasinya menjadi :

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot (n \cdot p)^k}{k!} \quad (3.3)$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan
Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Distribusi normal memegang peranan penting dalam statistika khususnya dalam berbagai analisis untuk menarik suatu kesimpulan berdasarkan sampel yang diambil.
- 2 Konsep distribusi normal sangat penting untuk dipahami karena konsep ini mendasari asumsi pada distribusi sampling, pendugaan statistika maupun pengujian hipotesa





Probabilitas

Konsep Probabilitas

Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas

variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi normal adalah distribusi variabel kontinu yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut

- 1 Kurvanya mempunyai puncak tunggal
- 2 Kurvanya berbentuk seperti lonceng
- 3 Nilai rata-rata distribusi normal terletak ditengah kurva normal.
- 4 Disebabkan distribusi normal mempunyai bentuk simetris maka media dan modus juga berada ditengah-tengah kurva normal, sehingga nilai rata-rata median dan modus adalah sama.
- 5 Dua sisi kurva normal memanjang tak terbatas dan tak pernah menyentuh garis horisontal





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Distribusi normal adalah distribusi variabel kontinue yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut

- 1 Kurva berbentuk genta μ , Med, Mod
- 2 Kurva berbentuk simetris
- 3 Kurva normal berbentuk asimptotis
- 4 Kurva mencapai puncak pada saat $X = \mu$
- 5 Luas daerah di bawah kurva adalah $1; \frac{1}{2}$ di sisi kanan nilai tengah dan $\frac{1}{2}$ di sisi kiri.





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dalam matematika, distribusi normal, sering disebut sebagai kurva normal atau distribusi Gaussian, adalah salah satu distribusi probabilitas yang paling penting. Fungsi densitas probabilitas (PDF) distribusi normal diberikan oleh rumus :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4)$$





Definisi Kurva Normal

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 $f(x)$ adalah nilai dari fungsi densitas probabilitas (PDF) distribusi normal pada titik x .
- 2 μ adalah rata-rata (nilai ekspektasi) dari distribusi normal, yang menentukan pusat distribusi dan merupakan titik puncak kurva.
- 3 σ adalah simpangan baku distribusi normal, yang mengukur sebaran data di sekitar rata-rata. Semakin besar σ , semakin besar sebaran data.
- 4 π adalah konstanta matematis Pi (sekitar 3.14159).
- 5 e adalah bilangan Euler, konstanta matematis yang sekitar 2.71828.





Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan
Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Pengenalan

- 1** Aturan Bayes adalah kerangka kerja statistik yang digunakan untuk memperbarui estimasi probabilitas berdasarkan informasi baru.
- 2** Dinamai dari ilmuwan statistika Inggris Thomas Bayes.
- 3** Alat penting dalam probabilitas, ilmu data, kecerdasan buatan, dan kecerdasan buatan.





Rumus Aturan Bayes

Aturan Bayes dinyatakan dalam rumus berikut:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(A|B)$: Probabilitas posterior dari A jika B terjadi

$P(B|A)$: Probabilitas B jika A terjadi

$P(A)$: Probabilitas prior dari A

$P(B)$: Probabilitas prior dari B

- 1 Mulai dengan probabilitas prior $P(A)$ dan $P(B)$.
- 2 Gunakan informasi tambahan ($P(B|A)$) untuk memperbarui probabilitas prior ($P(A)$).
- 3 Dengan rumus Aturan Bayes, kita dapat menghitung probabilitas posterior ($P(A|B)$), yaitu probabilitas A terjadi jika B terjadi.

Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes





Probabilitas Prior (*Prior Probability*):

Probabilitas

Konsep Probabilitas Lanjutan
Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Bistribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Ini adalah tebakan awal tentang seberapa mungkin sesuatu terjadi, sebelum kita memiliki informasi tambahan.
- 2 Probabilitas prior adalah apa yang kita pikirkan sebelum kita tahu lebih banyak atau memiliki data baru.





Probabilitas Posterior (*Posterior Probability*):

Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

- 1 Ini adalah perkiraan yang telah diperbarui setelah kita memperhitungkan informasi baru atau data.
- 2 Probabilitas posterior adalah apa yang kita pikirkan sekarang, setelah kita mempertimbangkan bukti baru.
- 3 Dalam istilah yang lebih sederhana, probabilitas prior adalah apa yang kita duga awalnya, dan probabilitas posterior adalah apa yang kita percayai setelah memikirkan data baru. Probabilitas posterior didasarkan pada apa yang kita pikirkan sebelumnya (probabilitas prior) dan apa yang kita pelajari dari bukti atau informasi yang baru muncul. Ini adalah cara untuk menggabungkan pengetahuan awal dengan data baru.





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Misalkan ada dua kotak berisi bola-bola dengan distribusi berikut:

- Kotak A: 20 bola merah, 30 bola hijau.
- Kotak B: 40 bola merah, 10 bola hijau.

Anda memilih satu bola secara acak dari salah satu kotak, dan ternyata bola yang Anda pilih adalah merah. Tentukan probabilitas bahwa bola tersebut berasal dari Kotak A.



Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Dalam notasi aturan Bayes, kita ingin mencari $P(A|R)$, di mana:

- A adalah peristiwa memilih Kotak A,
- B adalah peristiwa memilih Kotak B,
- R adalah peristiwa bola merah

Kita bisa menggunakan aturan Bayes:

$$P(A|R) = \frac{P(R|A) \cdot P(A)}{P(R)}$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan
Aturan Dasar Probabilitas
Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acak

Jenis Distribusi Probabilitas

Bistribusi Binomial
Distribusi Poisson
Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Kita perlu menghitung komponen-komponen ini:

- $P(R|A)$ adalah probabilitas memilih bola merah jika kita memilih Kotak A. Dalam Kotak A terdapat 20 bola merah dari total 50 bola. Jadi, $P(R|A) = \frac{20}{50}$.
- $P(A)$ adalah probabilitas awal memilih Kotak A. Jika pemilihan kotak acak, maka $P(A) = \frac{1}{2}$.
- $P(R)$ adalah probabilitas memilih bola merah tanpa memandang kotak mana yang dipilih. Ini dapat dihitung dengan hukum total probabilitas:

$$P(R) = P(R|A) \cdot P(A) + P(R|B) \cdot P(B)$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acacak

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Kita bisa menghitung $P(R|B)$, yaitu probabilitas memilih bola merah jika kita memilih Kotak B. Dalam Kotak B terdapat 40 bola merah dari total 50 bola. Jadi, $P(R|B) = \frac{40}{50}$.
Sekarang kita dapat menghitung $P(R)$:

$$P(R) = \left(\frac{20}{50}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{40}{50}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

Kita dapat menggunakan hasil ini untuk menghitung $P(A|R)$:

$$P(A|R) = \frac{\left(\frac{20}{50}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{20}{50}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{40}{50}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}$$





Probabilitas

Konsep Probabilitas
Lanjutan

Aturan Dasar Probabilitas

Contoh Soal

Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas
variabel Random/Acac

Jenis Distribusi Probabilitas

Distribusi Binomial

Distribusi Poisson

Distribusi Normal

Aturan Bayes

Aturan Bayes

Sekarang kita dapat menyederhanakannya:

$$P(A|R) = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{20}{100} + \frac{40}{100}}$$

$$P(A|R) = \frac{0.2}{0.2 + 0.4}$$

$$P(A|R) = \frac{0.2}{0.6}$$

$$P(A|R) = \frac{1}{3}$$

Jadi, probabilitas bahwa bola yang Anda pilih berasal dari Kotak A jika bola tersebut adalah merah adalah $1/3$.



Thank You.

Egi Safitri, S.Mat., M.Si

