



# MATEMATIKA EKONOMI DAN BISNIS

Nuryanto.ST.,MT

# Penggunaan Fungsi dalam Ekonomi

Matematika adalah suatu alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman suatu masalah. Dengan menggunakan bahasa matematika, penyajian suatu masalah menjadi lebih sederhana sehingga mudah untuk dipahami, dianalisis serta dipecahkan. Di dalam ilmu ekonomi yang berkembang dengan pesat, berbagai konsep matematika digunakan sebagai alat analisis. Salah satu konsep di antaranya adalah fungsi linier.

Secara khusus Anda diharapkan mampu untuk:

1. menjelaskan fungsi permintaan dan fungsi penawaran;
2. menghitung harga dan jumlah keseimbangan;
3. menjelaskan pengaruh pajak dan subsidi;
4. menjelaskan fungsi konsumsi dan fungsi tabungan.

# FUNGSI PERMINTAAN

Dalam ilmu ekonomi, konsep tentang permintaan merupakan bagian yang penting. Fungsi permintaan adalah persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah sesuatu barang yang diminta dan semua faktor-faktor yang mempengaruhinya. Fungsi permintaan akan sesuatu barang dapat ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_x = f(P_x, P_y, P_z, M, S)$$

di mana :

- $Q_x$  = Jumlah barang X yang diminta
- $P_x$  = harga barang X
- $P_y$  = harga barang Y
- $P_z$  = harga barang z
- $M$  = pendapatan konsumen
- $S$  = selera konsumen

# FUNGSI PERMINTAAN

Bila hukum permintaan itu dipenuhi, maka fungsi permintaan mempunyai curam yang nilainya negatif. Di dalam grafik, sumbu Y digunakan untuk harga per unit dan sumbu X digunakan untuk jumlah barang yang ditawarkan.

## Contoh :

Sepuluh jam tangan merek tertentu akan terjual kalau harganya (dalam ribuan) Rp80,00 dan 20 jam tangan akan terjual bila harganya Rp 60,00. Tunjukkan bentuk fungsi permintaannya dan gambarkan grafiknya

$Q_1 = 10, P_1 = 80$  dan  $Q_2 = 20, P_2 = 60$ .

Rumus yang digunakan:  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

Dengan mengganti X dengan Q dan Y dengan P, maka

$$P - P_1 = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1} (Q - Q_1)$$

$$P - 80 = \frac{60 - 80}{20 - 10} (Q - 10)$$

$$P - 80 = -2 (Q - 10)$$

$$P - 80 = -2Q + 20 \text{ atau } 2Q + P - 100 = 0$$

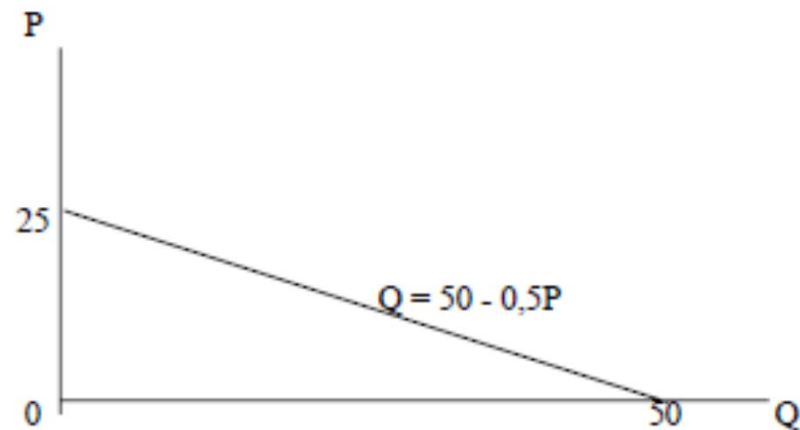
# FUNGSI PERMINTAAN

Persamaan di atas biasanya ditulis dalam bentuk

$$Q = \frac{100 - P}{2} \text{ atau } Q = 50 - 0,5 P$$

Ditulis demikian karena Q merupakan variabel tak bebas dan P adalah variabel bebasnya.

Gambar grafiknya



# FUNGSI PERMINTAAN

## *Contoh*

Suatu fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan  $Q = 25 - 5P$ .

## *Pertanyaan:*

1. Berapakah jumlah yang diminta bila harga permintaannya Rp3,00?
2. Misalkan jumlah yang diminta adalah 18 unit, berapakah tingkat harga yang berlaku?
3. Kalau barang tersebut adalah barang bebas (tidak mempunyai harga), berapakah jumlah yang diperlukan oleh konsumen?
4. Berapakah harga tertinggi yang mau dibayar oleh konsumen?

## • *Jawaban:*

Fungsi permintaan  $Q = 25 - 5P$

1. Masukkan  $P = 3$  ke dalam persamaan, maka

$$Q = 25 - 5(3)$$

$$= 25 - 15$$

$$= 10$$

Jadi jumlah yang diminta pada harga Rp3,00 per unit adalah 10 unit

## FUNGSI PERMINTAAN

2. Jumlah yang diminta 18 unit, atau  $Q = 18$

Masukkan  $Q = 18$  ke dalam persamaan:

$$18 = 25 - 5P$$

$$5P = 25 - 18$$

$$5P = 7$$

$$P = 7/5 = 1,4$$

3. Bila barang tersebut barang bekas maka  $P = 0$

Untuk  $P = 0$  maka:

$$Q = 25 - 5(0)$$

$$= 25$$

Jadi jumlah maksimum yang dibutuhkan konsumen adalah 25 unit

## FUNGSI PERMINTAAN

Jika sangat tinggi, maka konsumen tidak mau membeli barang tersebut. Tidak ada barang yang dibeli ditunjukkan oleh  $Q = 0$  ke dalam persamaan, maka diperoleh:

$$0 = 25 - 5P$$

$$5P = 25$$

$$P = 25/5 = 5$$

Pada tingkat harga adalah Rp5,00 tidak ada yang dibeli oleh konsumen. Jadi harus kurang dari Rp5,00 per unit agar ada barang yang dibeli oleh konsumen.

# FUNGSI PENAWARAN

Fungsi penawaran menghubungkan harga barang di pasar dengan jumlah barang yang ditawarkan produsen. Menurut hukum penawaran, pada umumnya bila harga suatu barang naik maka ceteris paribus (faktor-faktor lain dianggap tetap) jumlah yang ditawarkan akan naik. Curam kurva penawaran umumnya positif. Dalam kasus-kasus tertentu mungkin juga dapat terjadi bahwa curam kurva penawaran nol atau tak terhingga.

Seperti halnya pada kurva permintaan, sumbu y digunakan untuk harga barang setiap unitnya dan sumbu x untuk jumlah barang yang ditawarkan.

Bentuk umum fungsi penawaran:

$$Q = a + bP$$

# FUNGSI PENAWARAN

## Contoh

Jika harga kamera jenis tertentu Rp 65,00 (dalam ribuan), maka ada 125 kamera yang tersedia di pasar. Kalau harganya Rp 75,00 maka di pasar akan tersedia 145 kamera. Tunjukkan persamaan penawarannya!

Rumus yang dapat digunakan adalah persamaan :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Kemudian simbol untuk Y diganti P dan X diganti Q

$$P_1 = 65 \quad Q_1 = 125 \quad \text{dan} \quad P_2 = 75 \quad Q_2 = 145$$

Masukkan ke dalam rumus :

$$P - 65 = \frac{75 - 65}{145 - 125} (Q - 125)$$

$$P - 65 = \frac{10}{20} (Q - 125)$$

$$P - 65 = \frac{1}{2} Q + 62 \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} Q + 2 \frac{1}{2}$$

Jadi persamaan penawarannya adalah :

$$P = \frac{1}{2} Q + 2 \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad Q = 2P - 5$$

# FUNGSI PENAWARAN

## *Contoh*

Seandainya untuk suatu jenis barang tertentu fungsi penawarannya ditunjukkan oleh persamaan  $Q = 3P - 2$

## *Pertanyaan:*

1. Pada tingkat harga 5, berapakah jumlah yang ditawarkan?
2. Jika produsen bersedia menawarkan sebanyak 10, berapa harga per unit barang tersebut?
3. Berapakah harga terendah yang produsen mau menjual barangnya?

## Jawab

Persamaan penawaran:  $Q = 3P - 2$

1. Bila harga = 5, maka masukkan  $P = 5$  ke dalam persamaan:

$$Q = 3(5) - 2$$

$$= 15 - 2$$

$$= 13$$

Jadi jumlah yang ditawarkan = 13 unit.

## FUNGSI PENAWARAN

2. Untuk  $Q = 10$ , maka masukkan ke dalam persamaan

$$10 = 3P - 2$$

$$-3P = -10 - 2$$

$$3P = 12$$

$$P = 4$$

Jadi harga barang tersebut adalah 4.

3. Pada saat produsen tidak bersedia menawarkan barangnya dapat diberi simbol  $Q = 0$ , dan itu terjadi pada

$$0 = 3P - 2$$

$$-3P = -2 \text{ atau } P = \frac{2}{3}$$

Jadi harga terendah yang produsen mau menjual barangnya harus pada tingkat harga yang lebih tinggi dari  $\frac{2}{3}$

# FUNGSI PENAWARAN

Fungsi permintaan dan fungsi penawaran bersama-sama membentuk keseimbangan pasar. Keseimbangan pasar terjadi apabila jumlah barang yang ditawarkan sama dengan jumlah barang yang diminta dan harga yang ditawarkan sama dengan harga yang diminta. Keseimbangan ditunjukkan oleh koordinat titik potong antara kurva penawaran dan kurva permintaan.

Secara aljabar, jumlah keseimbangan dan harga keseimbangan diperoleh dengan mengerjakan persamaan penawaran dan persamaan permintaan secara serempak.

## *Contoh*

- Dapatkan titik keseimbangan dari fungsi permintaan  $P_d = 10 - 2Q_d$  dan fungsi penawaran  $P_s = \frac{3}{2} Q_s + 1$

di mana :

- $P_d$  = harga yang diminta,
- $Q_d$  = adalah jumlah yang diminta
- $P_s$  = adalah harga yang ditawarkan
- $Q_s$  = adalah jumlah yang ditawarkan

# FUNGSI PENAWARAN

Keseimbangan pasar akan terjadi apabila dipenuhi syarat:

$$Q_d = Q_s \text{ dan } P_d = P_s$$

Karena syarat tersebut di atas harus dipenuhi, maka sekarang kita dapat mengabaikan subscript yang ada pada variabel Q dan P sehingga kedua persamaan dapat ditulis menjadi:

$$P = 10 - 2Q$$

$$P = \frac{3}{2}Q + 1$$

Dengan cara substitusi, diperoleh:

$$10 - 2Q = \frac{3}{2}Q + 1$$

$$-\frac{3}{2}Q - 2Q = 1 - 10$$

$$-\frac{7}{2}Q = -9$$

$$Q = 2\frac{4}{7}$$

# FUNGSI PENAWARAN

$$P = 10 - 2Q$$

$$P = 10 - 2\left(2\frac{4}{7}\right)$$

$$P = 10 - \left(5\frac{1}{7}\right)$$

$$P = 4\frac{6}{7}$$

Jadi keseimbangan tercapai pada tingkat harga  $4\frac{6}{7}$  dan jumlah  $2\frac{4}{7}$

# PAJAK & SUBSIDI

Ceteris paribus (faktor-faktor yang dianggap tetap) dalam fungsi penawaran adalah teknologi, pajak dan subsidi. Apa yang terjadi kalau pemerintah mengenakan pajak atau subsidi ?

Bila faktor-faktor yang dianggap tetap itu berubah, maka fungsi penawaran akan berpindah tempat atau bergeser. Misalkan pemerintah mengenakan pajak terhadap rokok yang dijual (cukai tambahan). Jenis pajak ini dikenakan pada setiap bungkus rokok yang terjual dan besarnya pajak yang dikenakan untuk setiap bungkus misalnya  $t$ , maka produsen berusaha untuk menggeser beban pajak tersebut kepada konsumen dengan cara menaikkan harga sebesar pajak yang harus dibayar kepada pemerintah. Tindakan seperti ini sama saja dengan menggeser kurva penawaran ke atas sebesar pajak ( $t$ ) yang dikenakan.

Dengan adanya pajak maka posisi keseimbangan berubah karena produsen menawarkan harga jual yang lebih tinggi. Akibatnya, harga keseimbangan yang tercipta menjadi lebih tinggi dari harga keseimbangan sebelum ada pajak dan jumlah keseimbangannya pun menjadi lebih sedikit.

# PAJAK & SUBSIDI

*Contoh :*

Bila fungsi permintaan dan penawaran akan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_d = 15 - P_d \text{ dan } Q_s = 2P_s - 6$$

Pajak yang dikenakan oleh pemerintah Rp 3,00 per unit. Berapa harga dan jumlah keseimbangan sebelum dan sesudah ada pajak ?

Sebelum pajak, keseimbangan tercapai bila  $P_d = P_s$  dan  $Q_d = Q_s$  atau

$$15 - P = 2P - 6$$

$$-3P = -21$$

$$P = 7$$

$$Q = 15 - P$$

$$Q = 15 - 7$$

$$Q = 8$$

Jadi harga keseimbangan  $P = 7$  dan jumlah keseimbangan  $Q = 8$

# PAJAK & SUBSIDI

Setelah ada pajak, fungsi permintaan tidak berubah yaitu:

$$Q_d = 15 - P_d$$

Fungsi penawaran yang baru:

$$Q_s = 2(P_{s1} - 3) - 6.$$

atau

$$Q_s = 2P_{s1} - 6 - 6.$$

$$Q_s = 2P_{s1} - 12$$

Keseimbangan yang baru tercapai bila  $P_d = P_{s1}$  dan  $Q_d = Q_s$ .

$$15 - P = 2P - 12.$$

$$-3P = -27$$

$$P = 9$$

$$Q = 15 - P$$

$$Q = 15 - 9$$

$$Q = 6$$

Keseimbangan yang baru terjadi pada  $P = 9$  dan  $Q = 6$ .

## PAJAK & SUBSIDI

Dari contoh di atas ternyata pajak menyebabkan harga jual menjadi lebih tinggi. Hal ini disebabkan produsen berusaha untuk menggeser beban pajak ke konsumen. Sebenarnya produsen menginginkan agar seluruh beban pajak itu ditanggung oleh konsumen. Akan tetapi dalam kenyataannya konsumen tidak menanggung seluruh beban pajak. Ini berarti ada sebagian pajak yang masih harus ditanggung oleh produsen. Beban pajak yang ditanggung oleh konsumen besarnya merupakan selisih antara harga keseimbangan setelah ada pajak dengan harga keseimbangan sebelum ada pajak. Dari contoh di atas, beban pajak yang ditanggung oleh konsumen =  $P_2 - P_1 = 9 - 7 = 2$ . Sisa pajak (yaitu selisih antara besar pajak yang dikenakan dengan bagian pajak yang ditanggung oleh konsumen), menjadi tanggungan produsen. Beban pajak yang ditanggung produsen =  $t - (P_2 - P_1) = 3 - 2 = 1$ .

Pajak yang dikenakan pemerintah pada setiap unit barang yang dijual diterima oleh pemerintah. Jumlah pajak yang diterima oleh pemerintah dapat dihitung dengan mengalikan jumlah unit barang yang dijual dikalikan dengan besarnya pajak yang dikenakan untuk setiap unitnya. Jumlah keseimbangan setelah pajak adalah 6, dan besarnya pajak untuk setiap unit barang yang dijual adalah 3. Jadi penerimaan pemerintah dari pajak =  $6 \times 3 = 18$ .

# PAJAK & SUBSIDI

Subsidi merupakan kebalikan pajak dan menyebabkan harga jual barang tersebut menjadi lebih murah karena biaya produksi menjadi lebih ringan. Akibatnya setelah dilakukan subsidi harga keseimbangannya menjadi lebih rendah dari pada sebelumnya dan jumlah keseimbangan menjadi lebih banyak.

*Contoh :*

Fungsi permintaan dan penawaran sesuatu barang ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_d = 10 - P_d \text{ dan } Q_s = -6 + 2P_s$$

Pemerintah mengenakan subsidi sebesar Rp 2,00 untuk setiap unit barang yang dijual.

*Pertanyaan:*

- a. Hitung harga dan jumlah keseimbangan sebelum ada subsidi!
- b. Hitung harga dan jumlah keseimbangan setelah ada subsidi!
- c. Berapakah bagian subsidi yang dinikmati oleh produsen?
- d. Berapakah pengeluaran pemerintah untuk subsidi?
- e. Gambarkan grafiknya!

# PAJAK & SUBSIDI

a. Persamaan permintaan dan penawaran sebelum ada subsidi :

$$Q_d = 10 - P_d$$

$$Q_s = -6 + 2P_s$$

Keseimbangan tercapai bila  $P_d = P_s$  dan  $Q_d = Q_s$ .

Jadi :

$$Q = 10 - P$$

$$Q = -6 + 2P$$

$$10 - P = -6 + 2P$$

$$-3P = -16$$

$$P = 5 \frac{1}{3}$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = 10 - 5 \frac{1}{3}$$

$$Q = 4 \frac{2}{3}$$

- Jadi harga keseimbangan  $P_1 = 5 \frac{1}{3}$  dan jumlah keseimbangan  $Q_1 = 4 \frac{2}{3}$

# PAJAK & SUBSIDI

b. Setelah ada subsidi sebesar  $S = 2$

Persamaan permintaan:  $Q_d = 10 - P_d$

Persamaan penawaran:

$$Q_s = -6 + 2(P_s' + s) \text{ atau}$$

$$Q_s = -6 + 2P_s' + 4$$

$$Q_s = -2 + 2P_s'$$

Keseimbangan baru tercapai bila  $P_d = P_s'$  dan

$$Q_d = Q_s$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = -2 + 2P$$

$$10 - P = -2 + 2P$$

$$-3P = -12$$

$$P = 4$$

$$Q = 10 - P$$

$$Q = 10 - 4 = 6$$

Jadi setelah ada subsidi, harga keseimbangan  $P_2 = 4$  dan jumlah keseimbangan  $Q_2 = 6$ .

# PAJAK & SUBSIDI

Bagian subsidi yang dinikmati oleh konsumen

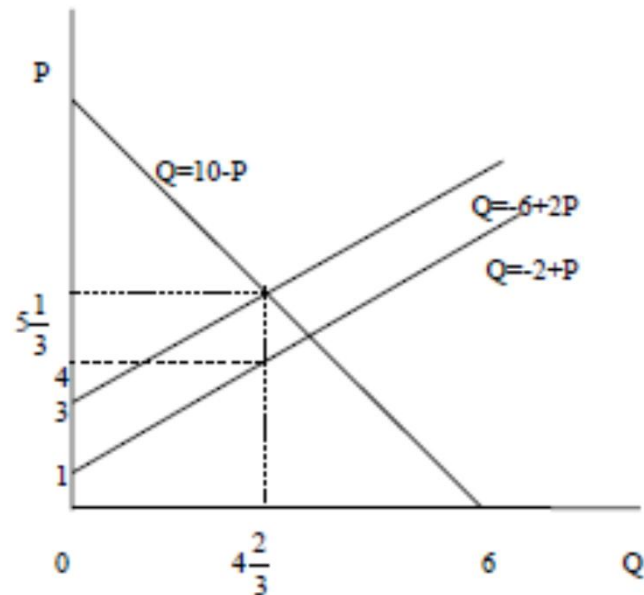
$$P_1 - P_2 = 5\frac{1}{3} - 4 = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{Bagian subsidi yang dinikmati oleh produsen:} = S - (P_1 - P_2) = 2 - 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

d. Pengeluaran pemerintah untuk subsidi:

$$Q_2 \times S = 6 \times 2 = 12$$

e. Gambar grafiknya :



# Fungsi Konsumsi & Tabungan

Seorang ahli dalam ilmu ekonomi yaitu Keynes mempunyai pendapat bahwa pengeluaran seseorang untuk konsumsi dipengaruhi oleh pendapatannya. Semakin tinggi tingkat pendapatannya maka tingkat konsumsinya juga semakin tinggi. Sejalan dengan pemikiran tersebut, kiranya mudah untuk dimengerti bahwa seseorang yang tingkat pendapatannya semakin tinggi, semakin besar pula tabungannya karena tabungan merupakan bagian dari pendapatan yang tidak dikonsumsi. Secara matematis, hubungan fungsional antara konsumsi dan pendapatan dapat ditulis:

$$C = f(Y) \text{ atau } C = a + bY \quad (a > 0, b > 0)$$

di mana:

C = pengeluaran untuk konsumsi

a = besarnya konsumsi pada saat pendapatannya nol

b = MPC yaitu besarnya tambahan konsumsi karena adanya tambahan pendapatan.

Y = pendapatan.

Pendapatan (Y) digunakan untuk konsumsi (C) dan tabungan (S), atau

$$Y = C + S$$

$$S = Y - C$$

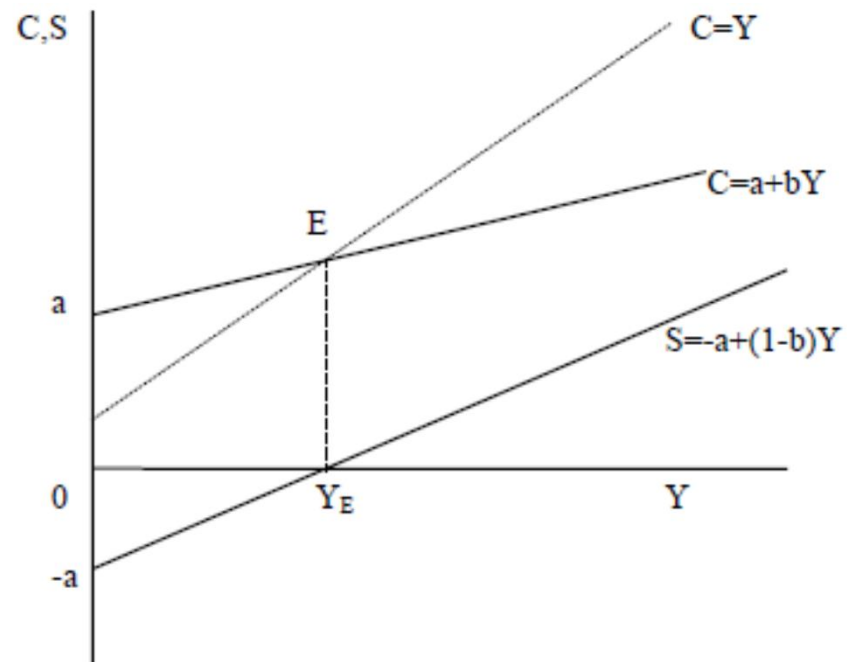
$$S = Y - (a + bY)$$

$$S = Y - a - bY$$

$$S = -a + (1 - b)Y$$

(1 - b) disebut hasrat menabung marjinal (MPS).

# Fungsi Konsumsi & Tabungan



Keterangan:

A adalah perpotongan antara fungsi dengan sumbu vertikal C

$C = Y$  adalah garis impas karena semua titik pada garis tersebut menunjukkan bahwa semua pendapatan tepat habis dikonsumsi.

E adalah titik impas yaitu titik perpotongan antara garis konsumsi dengan garis impas. Pada titik tersebut semua pendapatan dikonsumsi habis atau  $S = 0$ .

OYE adalah besarnya pendapatan yang hanya cukup untuk konsumsi.

## Contoh

Bila diketahui bahwa fungsi konsumsi ditunjukkan oleh persamaan  $C = 10 + 0,75 Y$ , maka carilah fungsi tabungannya. Berapakah besarnya konsumsi pada saat tabungan sama dengan nol. Gambarkan grafik fungsi

konsumsinya dan fungsi tabungannya!

Jawab :

$$\text{Tabungan} = S = Y - C$$

$$S = Y - (10 + 0,75Y)$$

$$S = -10 + 0,25Y$$

Pada tabungan = 0, maka:

$$0 = -10 + 0,25Y$$

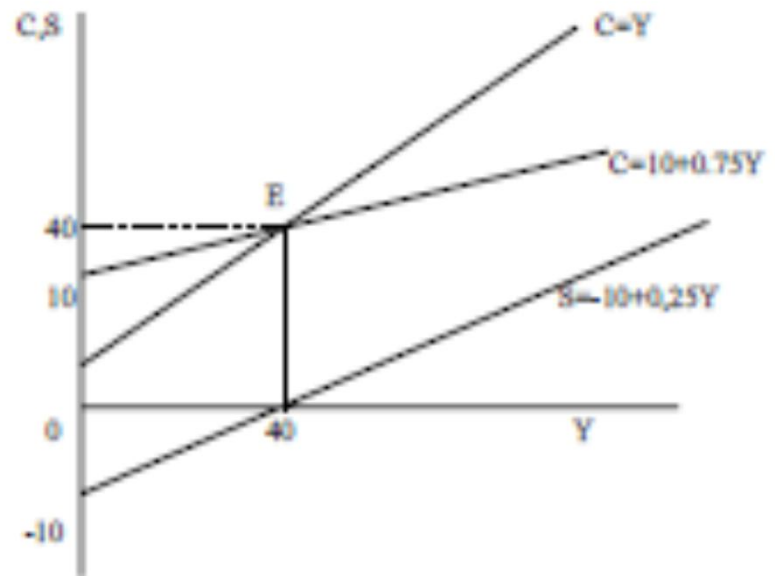
$$-0,25Y = -10$$

$$Y = 40$$

$Y = C + S$  pada saat  $S = 0$ , maka  $Y = C$ .

Jadi besarnya konsumsi pada saat tabungan nol adalah 40.

Gambar grafiknya:



## Soal Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Suatu fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan  $Q = 100 - 5P$ .
  - a. Berapakah jumlah yang diminta bila harganya adalah 50 dan 16?
  - b. Berapakah harga yang diminta bila jumlah yang diminta adalah 19 dan 10?
  - c. Berapakah jumlah maksimum yang dibutuhkan konsumen?
  - d. Gambarkan kurvanya!
- 2) Fungsi penawaran suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q = 2P - 1$ .
  - a. Berapakah jumlah yang ditawarkan bila harganya adalah 2 dan 10?
  - b. Berapakah harga yang ditawarkan bila jumlah yang ditawarkan adalah 25 dan 100?
  - c. Berapakah harga terendah yang produsen bersedia untuk menjual barangnya?
  - d. Gambarkan kurvanya!
- 3) Bila fungsi permintaan untuk suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q = 10 - 3P$  dan penawarannya  $Q = 2P - 1$ .
  - a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangannya?
  - b. Buatlah gambar grafik fungsi-fungsi tersebut di atas!

## Soal Latihan

- 4) Bila ditentukan kurva permintaan  $Q = 20 - 2P$  dan kurva penawaran  $Q = -4 + 3P$ .
- Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangannya?
  - Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan yang baru bila pemerintah mengenakan pajak sebesar Rp 2,00?
  - Berapakah beban pajak yang ditanggung konsumen dan berapakah beban pajak yang ditanggung produsen?
  - Berapakah penerimaan pemerintah dari pajak?
  - Gambarkan grafiknya
- 5) Bila ditentukan kurva permintaan dan penawaran seperti pada soal nomor 4.
- Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan bila pemerintah memberikan subsidi sebesar Rp 1,00 per unitnya?
  - Berapakah bagian subsidi yang dinikmati konsumen dan berapa yang dinikmati produsen?
  - Gambarkan grafiknya!

## Soal Latihan

- 6) Pada tingkat pendapatan sebesar Rp25.000,00 konsumsi yang dilakukan adalah Rp20.000,00 dan bila pendapatannya sebesar Rp35.000,00 besarnya konsumsi adalah Rp25.000,00. Bagaimanakah bentuk fungsi konsumsinya?
- 7) Suatu masyarakat tidak bisa menabung bila pendapatannya hanya Rp20 juta dan meskipun pendapatannya nol, mereka masih harus melakukan konsumsi sebesar Rp10 juta. Bagaimanakah bentuk fungsi tabungannya?
- 8) Bila fungsi konsumsi ditunjukkan oleh persamaan  $C = 20 + 0,55Y$ . Tunjukkan fungsi tabungannya dan tentukan titik impasnya.
- 9) Pak Anu dengan penghasilan Rp80.000,00 per bulan dapat menabung Rp10.000,00 per bulan. Bila pendapatannya naik menjadi Rp120.000,00 ia memperkirakan dapat menabung Rp20.000,00. Berapakah konsumsinya jika ia tidak bekerja (penghasilannya nol)?
- 10) Suatu fungsi konsumsi yang ditunjukkan oleh persamaan  $C = a + bY$ , diketahui bahwa  $b = 0,75$  dan titik impasnya 80 milyar. Tentukan besarnya tabungan bila konsumsi mencapai 95 milyar!



**Thank You .....**

Nuryanto.ST.,MT