

Pertemuan 3: POHON KEPUTUSAN (DECISION TREE)

Miswan Gumanti, M.B.A., M.M.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi perkuliahan ini, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Menjelaskan definisi pohon keputusan.
2. Menjelaskan prosedur pembuatan pohon keputusan.
3. Menyelesaikan contoh kasus dengan menggunakan pohon keputusan.

Pendahuluan

- Pohon keputusan merupakan sebuah sistem yang manusia kembangkan untuk membantu mencari dan membuat keputusan untuk masalah-masalah tersebut dan dengan memperhitungkan berbagai macam faktor yang ada di dalam lingkup masalah tersebut.
- Tujuan pohon keputusan:
 - ❑ mengidentifikasi dan melihat hubungan antara faktor-faktor yang mempengaruhi suatu masalah dan dapat mencari penyelesaian terbaik dengan memperhitungkan faktor-faktor tersebut.
 - ❑ menganalisa nilai resiko dan nilai suatu informasi yang terdapat dalam suatu alternatif pemecahan masalah

- Pohon keputusan **adalah** pemetaan mengenai alternatif-alternatif pemecahan masalah yang dapat diambil dari masalah tersebut.
- Pohon keputusan tersebut juga memperlihatkan faktor-faktor kemungkinan/probabilitas yang akan mempengaruhi alternatif-alternatif keputusan tersebut, disertai dengan estimasi hasil akhir yang akan didapat bila kita mengambil alternatif keputusan tersebut.

- Mem-break down proses pengambilan keputusan yang kompleks menjadi lebih simpel sehingga pengambil keputusan akan lebih menginterpretasikan solusi dari permasalahan.
- Mengeksplorasi data, menemukan hubungan tersembunyi antara sejumlah calon variabel input dengan sebuah variabel target.
- Memadukan antara eksplorasi data dan pemodelan, sehingga sangat bagus sebagai langkah awal dalam proses pemodelan bahkan ketika dijadikan sebagai model akhir dari beberapa teknik lain.

1. Definisikan dan rinci masalah secara jelas
2. Gambarkan struktur dari pohon keputusan
3. Tentukan nilai pay-off dari setiap kombinasi alternatif kemungkinan
4. Tentukan nilai peluang dari seluruh kemungkinan dan keputusan
5. Selesaikan masalah dengan menghitung **Expected Monetary Value (EMV)** atau **Expected Opportunity Loss**

1. Daerah pengambilan keputusan yang sebelumnya kompleks dan sangat global, dapat diubah menjadi lebih simpel dan spesifik.
2. Eliminasi perhitungan-perhitungan yang tidak diperlukan, karena ketika menggunakan metode pohon keputusan maka sample diuji hanya berdasarkan kriteria atau kelas tertentu.
3. Fleksibel untuk memilih fitur dari internal node yang berbeda, fitur yang terpilih akan membedakan suatu kriteria dibandingkan kriteria yang lain dalam node yang sama.

4. Dalam analisis multivariat, dengan kriteria dan kelas yang jumlahnya sangat banyak, seorang penguji biasanya perlu untuk mengestimasi baik itu distribusi dimensi tinggi ataupun parameter tertentu dari distribusi kelas tersebut.

Metode pohon keputusan dapat menghindari munculnya permasalahan ini dengan menggunakan kriteria yang jumlahnya lebih sedikit pada setiap node internal tanpa banyak mengurangi kualitas keputusan yang dihasilkan.

Kelemahan

1. Terjadi overlap terutama ketika kelas-kelas dan criteria yang digunakan jumlahnya sangat banyak → menyebabkan meningkatnya waktu pengambilan keputusan dan jumlah memori yang diperlukan.
2. Pengakumulasian jumlah eror dari setiap tingkat dalam sebuah pohon keputusan yang besar.
3. Kesulitan dalam mendesain pohon keputusan yang optimal.
4. Hasil kualitas keputusan yang didapatkan dari metode pohon keputusan sangat tergantung pada bagaimana pohon tersebut didesain.

1. Expected Monetary Value (EMV)

- ❑ Adalah suatu kriteria yang memanfaatkan probabilitas tentang terjadinya situasi masa depan dalam pemilihan alternatif-alternatif keputusan.
- ❑ Seorang pembuat keputusan harus menganalisis, menghitung perkiraan nilai moneter dari masing-masing alternatif dan memilih alternatif yang menghasilkan perkiraan nilai moneter yang paling tinggi.
- ❑ Rumus:
 Σ (Probabilitas x nilai pay-off yang diharapkan)

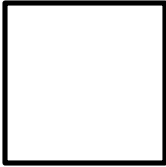
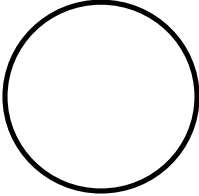

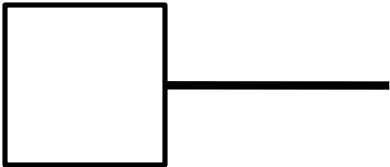
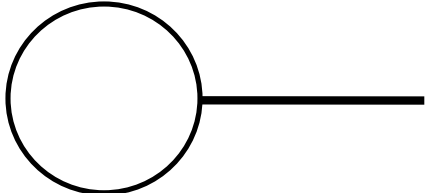
2. Expected Opportunity Loss

❑ Dalam perhitungan Expected Opportunity Loss digunakan informasi probabilitas situasi masa depan.

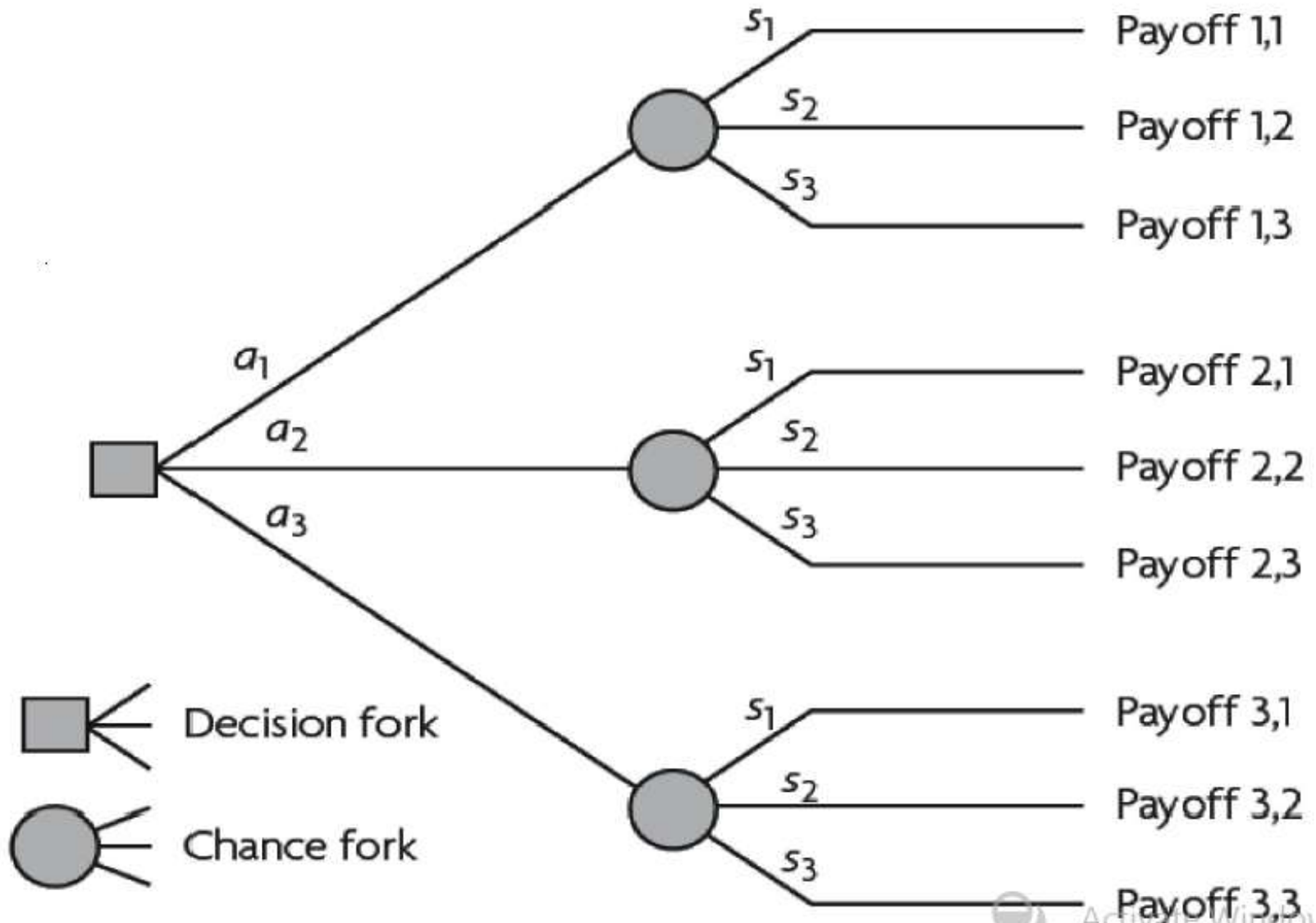
❑ Rumus:

Σ (Probabilitas x nilai pay-off yang diharapkan)

Konsep Dasar

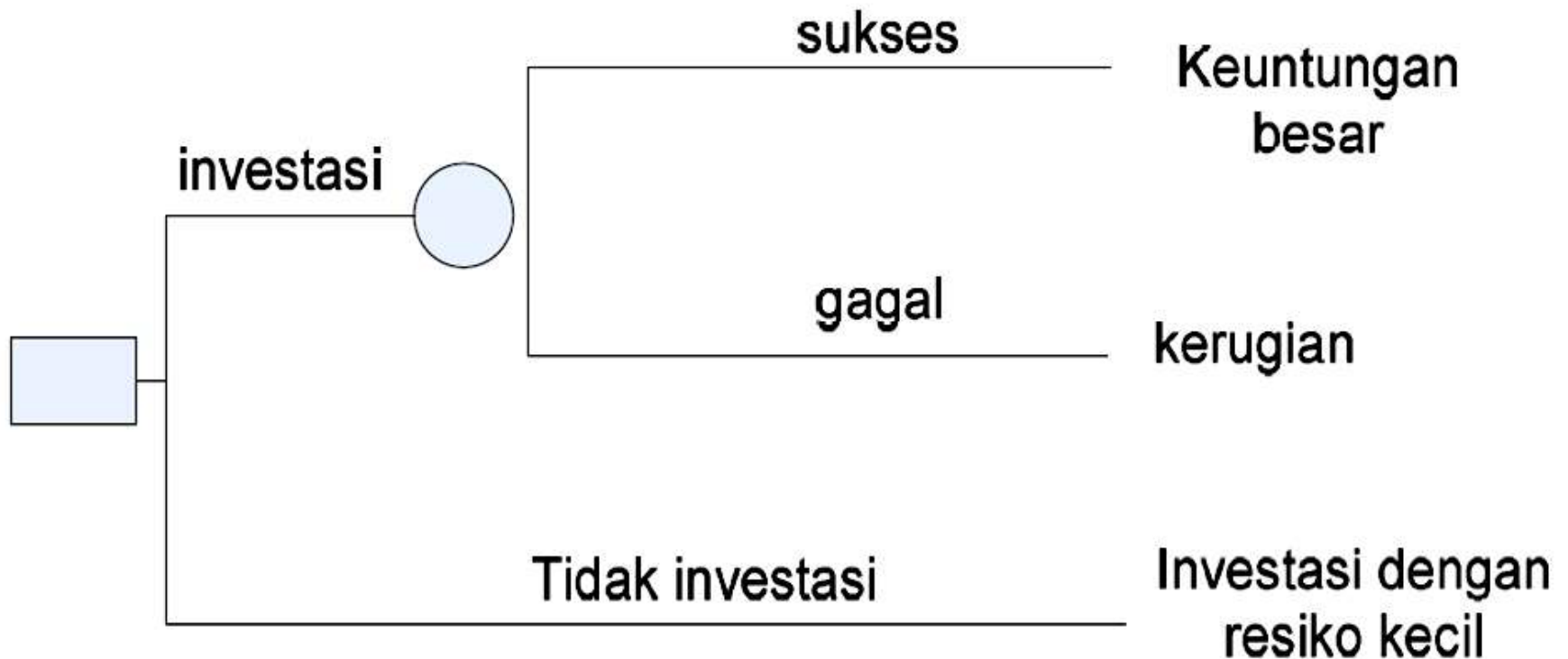
1.  Keputusan (decision)
2.  Chance (kemungkinan)
3.  Garis penghubung (fork)
4.  Alternatif Keputusan
5.  Alternatif kemungkinan yang terjadi

Model Dasar



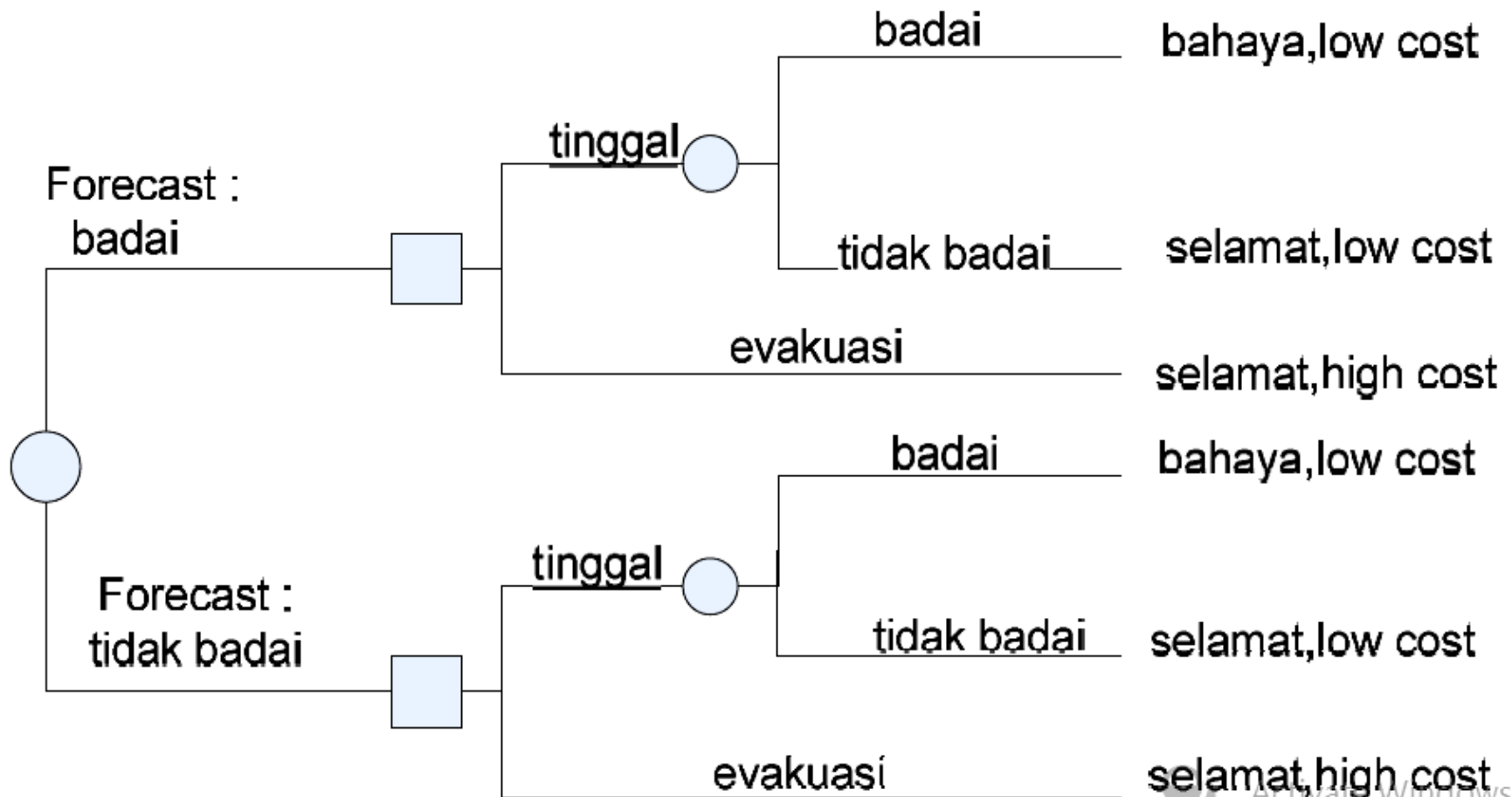
Basic Model

The Basic Risky Decision



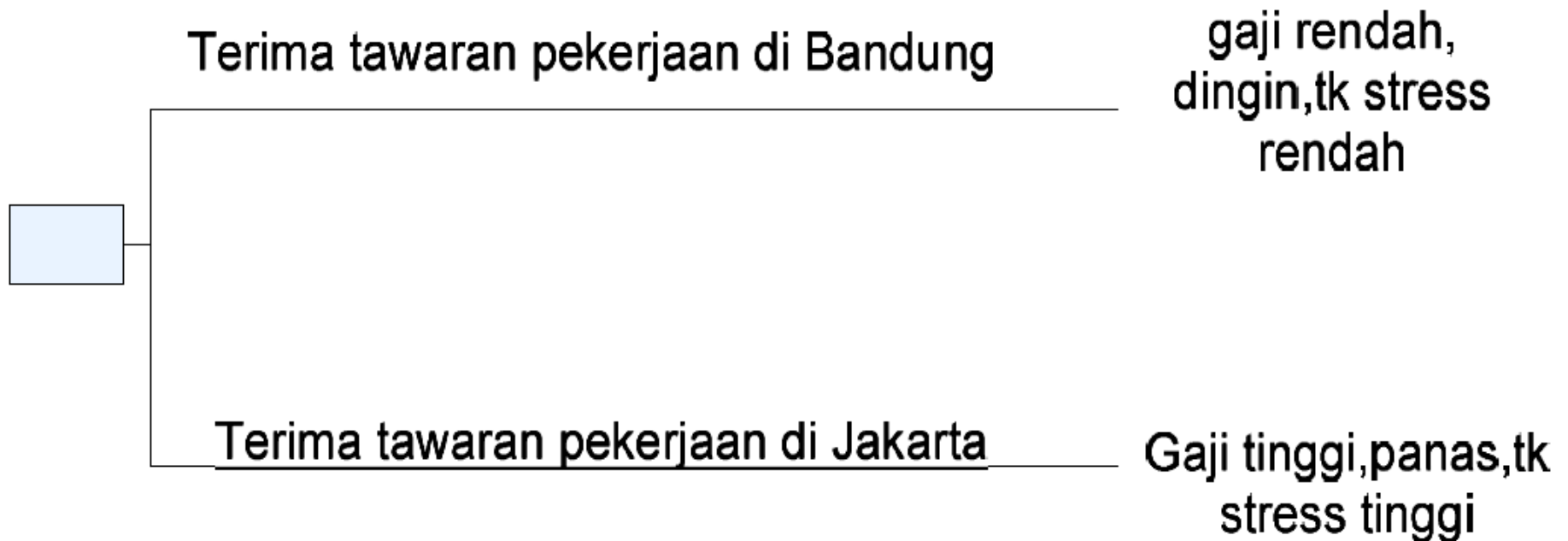
Basic Model

Imperfect Information

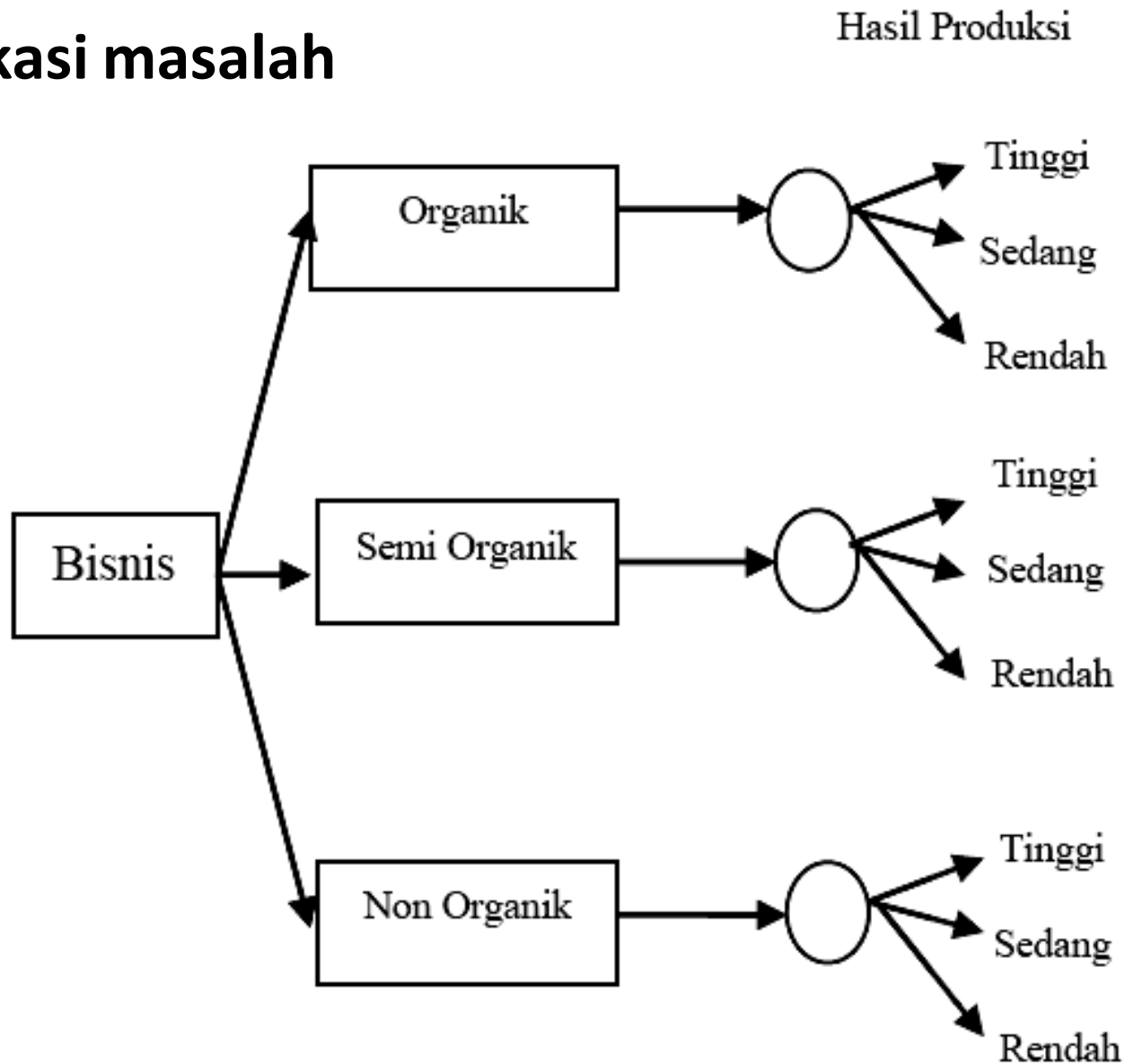


Basic Model

Multiple Objective and Trade-off



Identifikasi masalah



Data hasil produksi

Jenis bisnis	Hasil Produksi		
	Tinggi	Sedang	Rendah
Organik	10.000	6.500	1.000
Semi Organik	12.000	8.000	4.000
Non Organik	15.000	12.000	8.000

Data biaya dan peluang hasil produksi

Jenis bisnis	Biaya	Peluang Hasil Produksi		
		Tinggi	Sedang	rendah
Organik	1.000	0,4	0,2	0,4
Semi organik	1.200	0,4	0,2	0,4
Non organik	1.600	0,4	0,2	0,4

Nilai Maksimum dan Minimum Setiap Baris

Jenis Bisnis	Produksi			Nilai Maksimal	Nilai Minimal
	Tinggi	Sedang	Rendah		
Organik	10.000	6.500	1.000	10.000	1.000
Semi Organik	12.000	8.000	4.000	12.000	4.000
Non Organik	15.000	12.000	8.000	15.000	8.000

Nilai EMV untuk setiap keputusan yang diambil adalah:

1. Organik

$$\begin{aligned} \text{EMV} &= (0,4)(10.000) + (0,2)(6.500) + (0,4)(1.000) \\ &= 5.700 \end{aligned}$$

2. Semi Organik

$$\begin{aligned} \text{EMV} &= (0,4)(12.000) + (0,2)(8.000) + (0,4)(4.000) \\ &= 8.000 \end{aligned}$$

3. Non Organik

$$\begin{aligned} \text{EMV} &= (0,4)(15.000) + (0,2)(12.000) + (0,4)(8.000) \\ &= 11.600 \end{aligned}$$

- Setelah mendapatkan nilai EV dari setiap keputusan yang diambil maka dapat dihitung nilai keuntungannya.
- Nilai keuntungan dari setiap keputusan didapat dari nilai EMV yang telah dihitung sebelumnya dikurangi dengan biaya produksi dari setiap pilihan keputusan.

Keuntungan untuk setiap keputusan yang diambil adalah:

1. Organik

$$\begin{aligned}\text{Keuntungan} &= 5.700 - 1.000 \\ &= 4.700\end{aligned}$$

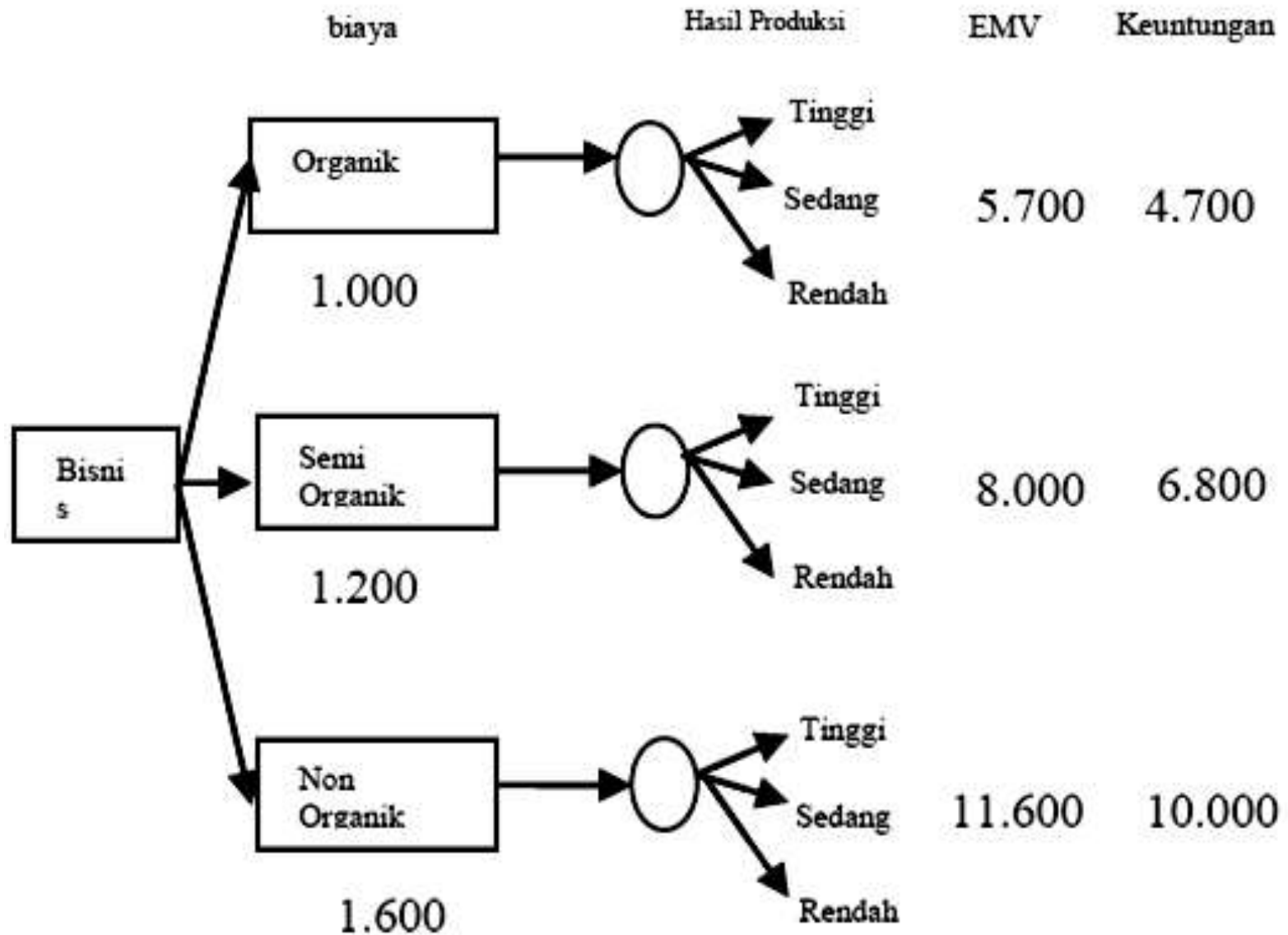
2. Semi Organik

$$\begin{aligned}\text{Keuntungan} &= 8.000 - 1.200 \\ &= 6.800\end{aligned}$$

3. Non Organik

$$\begin{aligned}\text{Keuntungan} &= 11.600 - 1.600 \\ &= 10.000\end{aligned}$$

Contoh



Teori Keputusan (Decision Theory)

Proses Keputusan (Decision Process)

Suatu proses yang memerlukan satu atau sederetan keputusan untuk menyelesaikannya

Istilah/Terminologi

Decision Alternatives/Action/Decision.

Sejumlah tindakan atau keputusan yang tersedia dan termasuk sebagai tindakan/keputusan yang layak (feasible)

Notasi:

$D_1, D_2, D_3, \dots, D_m$ atau $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$

State of nature/Events

Himpunan keadaan (state) yang mungkin, atau daftar semua kejadian (events) yang mungkin terjadi setelah keputusan dibuat

Notasi:

$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ atau $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$

Matriks Keuntungan (Gain Matrix) atau Payoff Table

Matriks atau tabel yang menyajikan keuntungan/kerugian untuk setiap keputusan yang dibuat (D_m) pada setiap kejadian/keadaan yang terjadi (S_n). Keuntungan/Kerugian tersebut dilambangkan dengan g_{ij} atau y_{ij}

		Keadaan alamiah						Keadaan alamiah		
		S_1	S_2	S_n			S_1	S_2	
Keputusan	D_1	g_{11}	g_{12}	g_{1n}	Keputusan	D_1	60	660	
	D_2	g_{21}	g_{22}	g_{2n}		D_2	-100	2000	
					
	D_m	g_{m1}	g_{m2}	g_{mn}					

Contoh 1

Atau bentuk lainnya

Alternatif Keputusan	Kejadian			Penjualan (Events)			
	e_1	e_2	e_3	(Rendah)		(Tinggi)	
				1	2	3	4
e_1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}				
e_2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}				
e_3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}				
e_4	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}				

Jenis Truk Yang dibeli	Penjualan (Events)			
	(Rendah)		(Tinggi)	
	1	2	3	4
Kecil	20	10	15	25
Standar	15	25	12	20
Besar	-20	-5	30	40

Contoh 2

Kasus untuk Contoh 1

Seorang pemilik tanah menghadapi dua alternatif keputusan yaitu menyerahkan pengelolaan ladang minyaknya ke perusahaan energi atau mengeksplorasi sendiri. Keadaan yang mungkin terjadi adalah (1) terdapat gas/minyak atau (2) tidak ada gas/minyak. Jika dikelola perusahaan lain maka pemilik tanah akan memperoleh US\$60.000,- dan akan ditambah sebanyak US\$600.000 lagi jika ditemukan gas/minyak. Sedangkan jika dikelola sendiri oleh pemilik tanah maka diperlukan investasi awal sebesar US\$ 100.000,- yang akan hilang jika tidak ditemukan gas/minyak. Tetapi jika ditemukan gas/minyak maka pemilik tanah akan memperoleh keuntungan bersih sebesar US\$ 2.000.000,-

Kasus untuk Contoh 2

Seorang manajer umum perusahaan furniture harus memutuskan jenis kendaraan pengangkut (truk) yang akan dibeli perusahaan. Truk tersebut akan digunakan untuk mengangkut bahan baku, mengirimkan produk ke pelanggan, atau transportasi contoh mebel ke pameran-pameran. Ada 3 jenis alternatif truk yaitu ukuran kecil, standar, dan besar. Persoalannya adalah jika membeli truk kecil (tentunya dengan biaya yang lebih murah) dan ternyata tingkat penjualan ternyata tinggi maka kapasitas perusahaan untuk memenuhi penjualan menjadi menurun. Sebaliknya jika diputuskan membeli truk yang lebih besar maka perusahaan juga akan menghadapi kerugian jika ternyata tingkat penjualan produk ternyata kecil. Tingkat penjualan yang tersebut terdiri dari 4 kategori yaitu (1) 0 - \$20.000, (2) 20.000-40.000, (3) 40.000-60.000, dan (4) lebih besar dari 60.000. Payoff tabel-nya dapat dilihat pada contoh 2 sebelumnya.

Regret Matrix

Gain Matrix bisa dikonversi menjadi Regret Matrix, yaitu suatu matriks keuntungan dimana elemen-elemen (gij) di tiap-tiap kolom telah dikurangi dengan elemen terbesar pada kolom tersebut.


Loss Table

Payoff Table juga bisa dikonversi menjadi Loss Table. Istilah ini pada prinsipnya **mempunyai pengertian yang relatif sama** dengan Regret Matrix, tetapi perhitungannya sedikit berbeda. Setelah diketahui nilai terbesar untuk suatu kolom pada Payoff Table, elemen pada Loss Table-nya adalah nilai terbesar dikurangi elemen-elemen pada kolom tersebut.

Contoh menghitung *Regret Matrix*

		Keadaan alamiah	
		S_1	S_2
Keputusan	D_1	60	660
	D_2	-100	2000

Gain Matrix



		Keadaan alamiah	
		S_1	S_2
Keputusan	D_1	$(60 - 60)$	660
	D_2	$(-100 - 60)$	2000

		Keadaan alamiah	
		S_1	S_2
Keputusan	D_1	0	-1340
	D_2	-160	0

Regret Matrix

Jika dengan *Loss Table*

		Keadaan alamiah	
		S_1	S_2
Keputusan	D_1	$(60 - 60)$	660
	D_2	$60 - (-100)$	2000

		Keadaan alamiah	
		S_1	S_2
Keputusan	D_1	0	1340
	D_2	160	0

Regret Matrix

Langkah2 Perhitungan:

1. Mulai dari kolom 1, nilai terbesarnya adalah 60
2. Nilai baru pada kolom 1 regret Matrix adalah 0 yaitu $60 - 60$ dan -160 yaitu $-100 - 60$
3. Cara yang sama dilakukan juga untuk kolom kedua

Langkah2 Perhitungan:

1. Sama
2. Nilai baru pada kolom 1 Loss Table adalah 0 yaitu $60 - 60$ dan 160 yaitu $60 - (-100)$
3. Cara yang sama dilakukan juga untuk kolom kedua

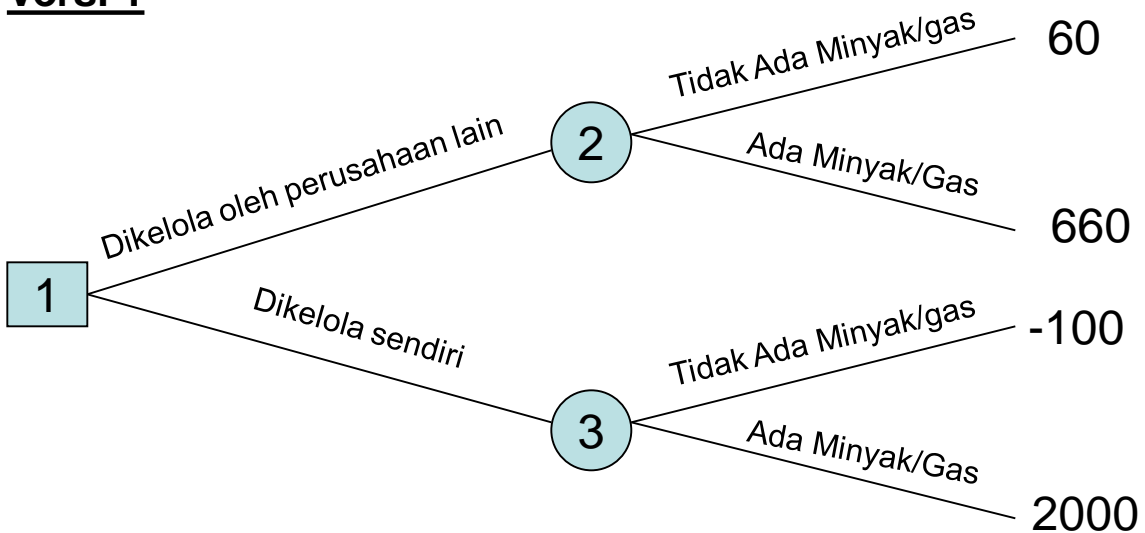
Regret Matrix = Loss Table
Cuma beda tanda saja

Pohon Keputusan (Decision Tree)

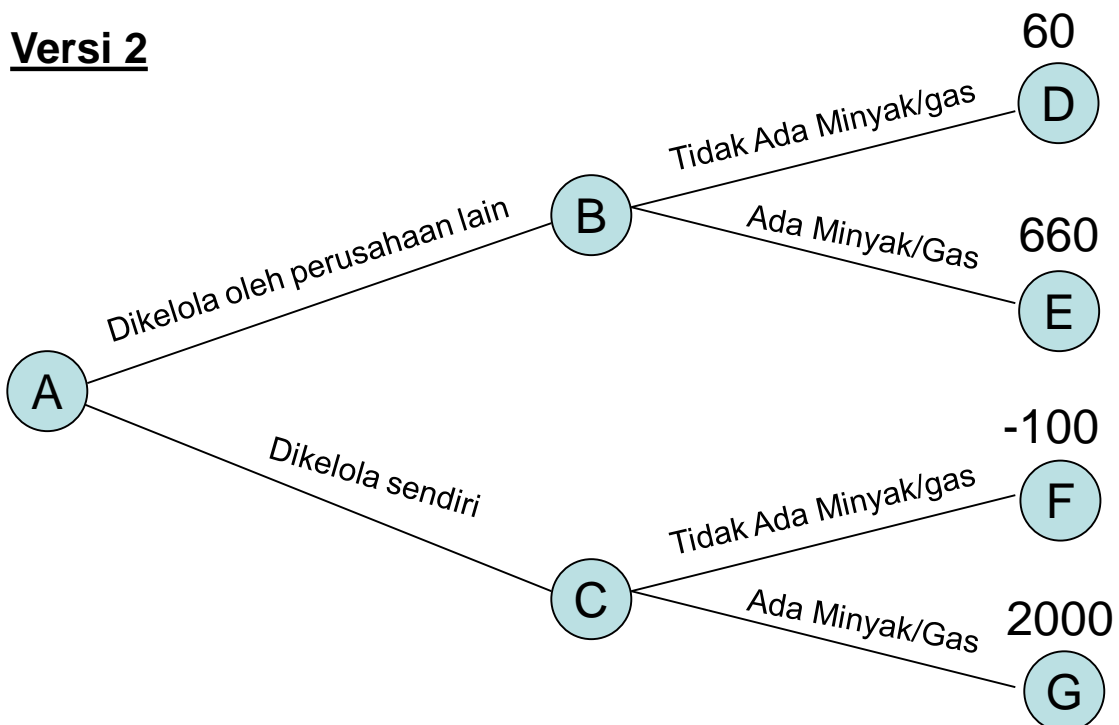
Metoda lain yang bisa digunakan untuk menyajikan masalah keputusan adalah Pohon Keputusan, yaitu suatu pohon terarah yang menggambarkan suatu proses keputusan secara grafis. Simpul-simpul (node) menunjukkan titik-titik dimana (1) salah satu keputusan harus diambil oleh pengambil keputusan, (2) pengambil keputusan dihadapkan dengan salah satu keadaan/kejadian, atau (3) prosesnya berakhir.

Menggunakan soal contoh 2

Versi 1



Versi 2



KRITERIA KEPUTUSAN

- A. Decision under Certainty
- B. Decision under Uncertainty

Non Probabilistic Decision Problem

- a. Kriteria **Maximin**
- b. Kriteria **Minimax**
- c. Kriteria **Maximax**

} Anderson/Lievano
(1986)

- 1. Kriteria minimaks (pesimistik)
- 2. Middle of the road criterion
(moderat)
- 3. Kriteria Optimistik

} Kriteria Naif (Naive)
Bronson (1991)

Catatan:

a = 1 dan **c = 3** cara
perhitungannya, **b ≠ 2**
b menggunakan *loss table*

Probabilistic Decision Problem

- a. Bayes Criterion (a priori)
- b. A posteriori

Decision under Certainty

Pengambil keputusan mengetahui dengan pasti suatu kejadian/keadaan yang akan terjadi. Misalnya untuk contoh soal 2, jika manajer umum sudah mengetahui bahwa tingkat penjualan berkisar antara 0-20.000 maka dia akan membeli truk kecil

Decision under Uncertainty

Pengambil keputusan tidak mengetahui dengan pasti suatu kejadian/keadaan yang akan terjadi. Jika peluang kejadiannya tidak diketahui disebut **Non-probabilistic decision problem** sedangkan jika diketahui peluang terjadinya masing-masing kejadian/keadaan disebut **probabilistic decision problem**

MAXIMIN

Step 1

Untuk setiap alternatif keputusan, tentukan payoff/gain minimum yang bisa terjadi

Menggunakan soal contoh 2

Jenis Truk Yang dibeli	Penjualan (Events)			
	(Rendah)		(Tinggi)	
	1	2	3	4
<i>Kecil</i>	20	10	15	25
<i>Standar</i>	15	25	12	20
<i>Besar</i>	-20	-5	30	40

Kecil 10
Standar 12
Besar -20

Step 2

Dari nilai-nilai minimum untuk setiap keputusan dari step 1 diatas, Pilihlah keputusan/tindakan yang mempunyai payoff terbesar

Jadi dengan kriteria MAXIMIN, keputusannya adalah MEMBELI TRUK STANDAR

MINIMAX (Minimax Regret Rule)

Step 1

Untuk setiap alternatif keputusan, tentukan *loss* yang maksimum

!!! Gunakan Loss Table/Regret Matrix

Jenis Truk Yang dibeli	Penjualan (Events)			
	(Rendah)		(Tinggi)	
	1	2	3	4
<i>Kecil</i>	0	15	15	15
<i>Standar</i>	5	0	18	20
<i>Besar</i>	40	30	0	0

Kecil 15
Standar 20
Besar 40

Step 2

Dari hasil step 1, pilihlah yang terkecil

Jadi dengan kriteria MINIMAX, keputusannya adalah MEMBELI TRUK KECIL

MAXIMAX

Step 1

Untuk setiap alternatif keputusan, tentukan payoff/gain maksimum yang bisa terjadi

Jenis Truk Yang dibeli	Penjualan (Events)			
	(Rendah)		(Tinggi)	
	1	2	3	4
<i>Kecil</i>	20	10	15	25
<i>Standar</i>	15	25	12	20
<i>Besar</i>	-20	-5	30	40

Step 2

Dari hasil step 1, Pilihlah **yang terbesar**

<i>Kecil</i>	25
<i>Standar</i>	25
<i>Besar</i>	40

Jadi dengan kriteria ini, keputusannya adalah **MEMBELI TRUK BESAR**

Moderat 2 (*Middle-of-the road criterion*)

Memilih keputusan yang mempunyai rata-rata keuntungan maksimum dan minimum terbesar

		Keadaan alamiah	
		S ₁	S ₂
Keputusan	D ₁	60	660
	D ₂	-100	2000

Min=60, Maks=660
Rata-rata = $(60+660)/2$
360

Min=-100, Maks=2000
Rata-rata = $(-100+2000)/2$
950

Jadi dengan kriteria ini, keputusannya adalah **MENGELOLA SENDIRI**

Probabilistic Decision Problem

Jika pengambil keputusan mengetahui peluang untuk setiap kejadian/keadaan yang mungkin terjadi. Kriteria pengambilan keputusannya menggunakan **bayes criterion**, yaitu memilih alternatif keputusan yang memiliki **expected payoff** terbesar

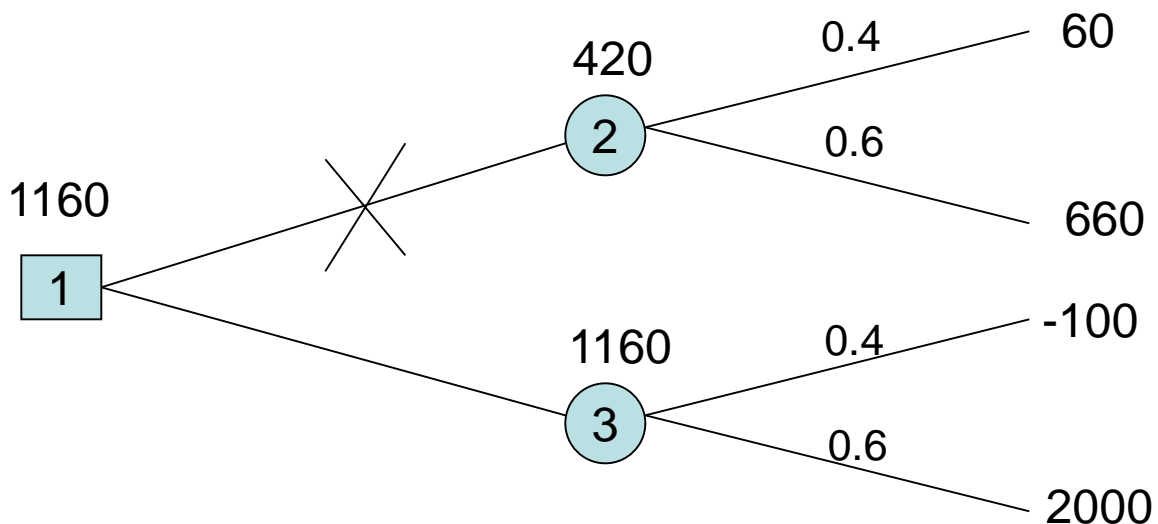
Misalnya untuk contoh 2, diketahui peluang terdapat minyak/gas adalah 0.60 maka penyelesaiannya dengan pohon keputusan:

$$P(S1) = 0.60 \text{ maka } P(S2) = 1 - 0.60 = 0.40$$

$$\text{Expected Payoff D1} = 60 \times 0.4 + 660 \times 0.6 = 420$$

$$\text{Expected Payoff D2} = (-100) \times 0.4 + 2000 \times 0.6 = 1160$$

Karena expected payoff D2 lebih besar dari D1 maka keputusannya adalah D2 atau mengelola sendiri ladang minyak/gasnya



Sequential Decision Making

Contoh 3:

Sebuah perusahaan akan melakukan ekspansi dengan membuat produk baru yang memerlukan pembelian mesin baru. Ada dua alternatif mesin yaitu M1 dan M2 dengan investasi awal masing-masing sebesar US\$15.000 dan US\$35.000. Tentunya kapasitas produksi M1 lebih rendah dibandingkan M2. Permintaan produk tersebut di tahun pertama terdiri dari 3 kemungkinan yaitu rendah, sedang dan tinggi dengan peluang berturut-turut 0.3, 0.5, dan 0.2.

Jika permintaan di tahun pertama tergolong rendah, permintaan di tahun kedua akan rendah dengan peluang 0.8 atau tinggi dengan peluang 0.2. Peluang tersebut merupakan **peluang bersyarat (conditional probability)** dengan notasi sebagai berikut:

$$P(\text{tahun ke-2 rendah} \mid \text{tahun ke-1 rendah}) = 0.8$$

$$P(\text{tahun ke-2 tinggi} \mid \text{tahun ke-1 rendah}) = 0.2$$

Informasi peluang bersyarat lainnya adalah sebagai berikut:

$$P(\text{tahun ke-2 rendah} \mid \text{tahun ke-1 sedang}) = 0.3$$

$$P(\text{tahun ke-2 tinggi} \mid \text{tahun ke-1 sedang}) = 0.7$$

$$P(\text{tahun ke-2 rendah} \mid \text{tahun ke-1 tinggi}) = 0.1$$

$$P(\text{tahun ke-2 tinggi} \mid \text{tahun ke-1 tinggi}) = 0.9$$

Beberapa alternatif tindakan/keputusan yang harus dipilih pada tahun kedua adalah sebagai berikut:

1. Jika di tahun pertama membeli M1 dan permintaan produk rendah maka perusahaan akan melanjutkan penggunaan M1
2. Jika di tahun pertama membeli M1 dan permintaan sedang atau tinggi maka perusahaan menghadapi dua alternatif berikutnya pada akhir tahun pertama yaitu melanjutkan pengoperasian M1 atau melakukan ekspansi dengan membeli peralatan baru sebagai pelengkap M1. Biaya yang dibutuhkan untuk ekspansi tersebut adalah US\$ 13.000
3. Jika di tahun pertama membeli M2 dan permintaan rendah, maka pilihan selanjutnya adalah mengurangi kapasitas produksi (cut-back) atau tidak melakukan tindakan
4. Jika di tahun pertama membeli M2 dan permintaan sedang perusahaan memutuskan untuk melanjutkan produksi dengan M2 tanpa modifikasi untuk tahun kedua. Jika permintaan tinggi maka pilihannya adalah tidak ada ekspansi atau menaikkan kapasitas produksi dengan biaya US\$ 5000.

Akhir tahun-1

$$31 = 0.8 \times 30 + 0.2 \times 35$$

$$60.95 = 0.3 \times (25 + 31) + 0.5 \times (30 + 30.5) + 0.2 \times (35 + 34.5)$$

Node-4

Tdk Ekspansi = 30.5
 Ekspansi = 42.5 - 13
 = 29.5

-> **Pilih 30.5**

