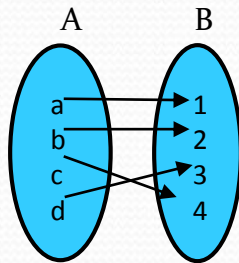


Fungsi Linear

1. Konsep fungsi

Fungsi atau pemetaan dari A ke B adalah suatu relasi khusus yang menghubungkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B.



$A = \{a, b, c, d\}$ disebut daerah asal (domain)

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ disebut daerah kawan (kodomain)

Daerah hasil (range) adalah $\{1, 2, 3, 4\}$

Daerah asal (domain) fungsi = D_f

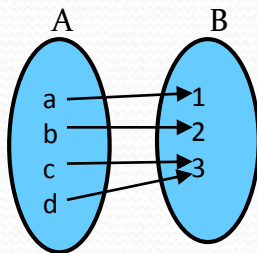
Daerah kawan (kodomain) fungsi = K_f

Daerah hasil (range) fungsi = R_f

2. Jenis - jenis fungsi

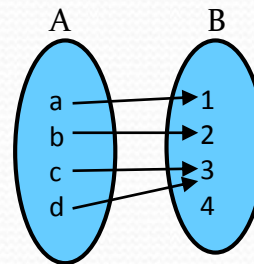
a) Fungsi surjektif (onto / kepada)

Syarat : $R_f = B$



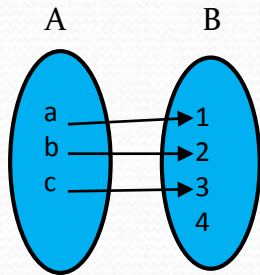
b) Fungsi into

Syarat : $R_f \in B$ atau $R_f \neq B$



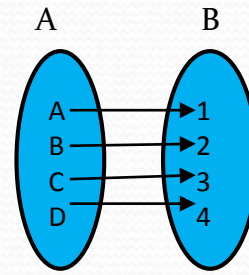
c) Fungsi injektif (satu-satu)

Syarat : $R_f \in A$



d) Fungsi bijektif (satu-satu kepada)

Disebut fungsi bijektif jika dan hanya jika fungsi itu sekaligus merupakan fungsi surjektif dan fungsi injektif.



e) Fungsi genap dan ganjil

Disebut fungsi genap, jika dan hanya jika : $f(-x) = f(x)$

Disebut fungsi ganjil, jika dan hanya jika : $f(-x) = -f(x)$

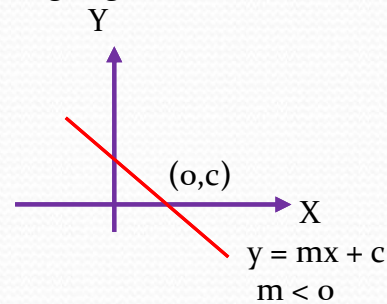
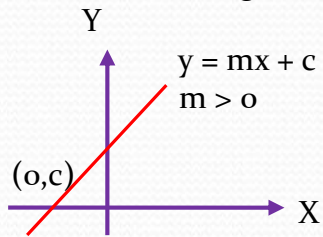
Sifat : Grafik fungsi genap simetris terhadap sumbu Y.

Grafik fungsi ganjil simetris terhadap titik pusat (0,0)

3. Grafik fungsi linear

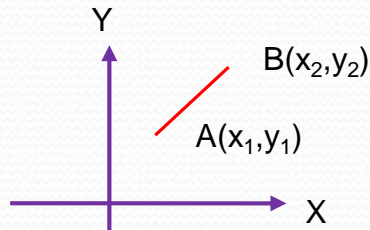
Bentuk umum : $f(x) = mx + c$ atau $y = mx + c$

Grafik : berbentuk garis lurus dengan gradien m dan melalui titik $(0,c)$



a. Gradien

Gradien adalah angka kemiringan dari grafik terhadap sumbu x positif.



Gradien garis AB = $m =$

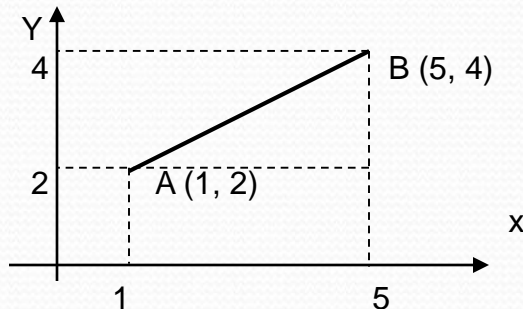
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Jika $m = 0$, grafik sejajar sumbu x

Jika $m > 0$, grafik miring ke kanan (kw I)

Jika $m < 0$, grafik miring ke kiri (kw II)

Contoh :



Gradien garis AB :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{1}{2}$$

Jika $m = 0$, grafik sejajar sumbu x

Jika $m > 0$, grafik miring ke kanan ($0 < \alpha < 90^\circ$)

Jika $m < 0$, grafik miring ke kiri ($90 < \alpha < 180^\circ$)

b. Persamaan garis melalui suatu titik $P(x_1, y_1)$ dengan gradien m

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik $P(4, -2)$ dengan gradien $m = 2$?

Jawab :

$$\begin{aligned}y - y_1 &= m(x - x_1) \\y - (-2) &= 2(x - 4) \\y &= 2x - 8 - 2 \\y &= 2x - 10\end{aligned}$$

c. Persamaan garis melalui suatu titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik $P(2, -1)$ dan $Q(3, 5)$?

Jawab :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - (-1)}{5 - (-1)} = \frac{x - 2}{3 - 2} \Rightarrow \frac{y + 1}{5 + 1} = \frac{x - 2}{1} \Rightarrow \frac{y + 1}{6} = \frac{x - 2}{1}$$

$$\begin{aligned}y + 1 &= 6(x - 2) \\y + 1 &= 6x - 12 \\y &= 6x - 12 - 1 \\y &= 6x - 13\end{aligned}$$

d. Persamaan garis yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ dan sejajar garis $y = mx + c$

Syarat : sebuah garis dengan gradien m_1 dikatakan sejajar dengan garis lain yang bergradien m_2 jika, $m_1 = m_2$.

Maka persamaan garis:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,3) dan sejajar garis $y = 3x + 1$?

Jawab :

$$m_1 = m_2 = m = 3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 3(x - 2)$$

$$y - 3 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 3$$

$$y = 3x - 3$$

e. Persamaan garis yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ dan tegak lurus garis $y = mx + c$

Syarat : sebuah garis dengan gradien m_2 akan tegak lurus dengan garis dengan gradien m_1 , jika

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

Maka persamaan garis:

$$y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$

Contoh :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,-1) dan tegak lurus garis $y = 2x+3$?

Jawab :

$$m_1 = 2 \text{ maka, } m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = -\frac{1}{m_2} (x - x_1)$$

$$y - (-1) = -\frac{1}{2} (x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 - 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x$$

F. Invers Fungsi linear

Inver dari fungsi $y = f(x)$ adalah $f^{-1}(x)$.

Contoh :

1. Tentukan invers dari fungsi $F(x) = 2x - 3$?

Jawab :

$$F(x) = 2x - 3$$

$$y = 2x - 3 \quad \rightarrow \quad 2x = y + 3$$

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$$

$$\text{Maka } f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

2. Tentukan invers dari fungsi $F(x) = \frac{3x+2}{2x-1}$?
Jawab :

$$F(x) = \frac{3x+2}{2x-1}$$

$$Y = \frac{3x+2}{2x-1}$$

$$y(2x - 1) = 3x + 2$$

$$2xy - y = 3x + 2$$

$$(2y - 3)x = y + 2$$

$$x = \frac{y+2}{2y-3}$$

$$\text{Maka } f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2x-3}$$