

MATEMATIKA DISKRIT

Pertemuan 5

Egi Safitri, S.Mat., M.Si
Institut Informatika dan Bisnis Darmajaya, Bandar Lampung

Oktober 2024

- 1 Sistem Bilangan Real
 - Himpunan Bilangan Real dan Operasinya
 - Sistem Bilangan Real
 - Urutan
 - Selang(Interval)
 - Pertidaksamaan
 - Nilai Mutlak

Hierarki Himpunan Bilangan

Berikut diberikan hierarki bilangan, yaitu bilangan asli sampai dengan bilangan kompleks.

- Bilangan **asli** : $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- Bilangan **prima** : $\mathbf{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$
- Bilangan **komposit** (tersusun), himpunan bilangan asli lebih besar dari 1 dan bukan bilangan prima.
 $\mathbf{K} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ dan } x > 1 \text{ dan } x \notin \mathbf{P}, \text{ atau } x = 4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$
- Bilangan **cacah**, bilangan asli (bulat positif) digabung dengan unsur nol. $\mathbf{C} = \mathbb{N} \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Hierarki Himpunan Bilangan

Berikut diberikan hierarki bilangan, yaitu bilangan asli sampai dengan bilangan kompleks.

- Himpunan bilangan **bulat**, diberi notasi \mathbb{Z} adalah himpunan bilangan bulat negatif digabung (ditambah) unsur 0 digabung himpunan bilangan asli. Apabila ditulis dalam bentuk himpunan

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1\} \cup \mathbb{N} \cup \{0\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

- Himpunan bilangan pecahan diberikan notasi

$$\mathbf{P}_e = \{x \mid x = \frac{a}{b} \notin \mathbb{Z}\} = \{\dots, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots\}$$

- Himpunan bilangan rasional diberi notasi \mathbb{Q}

$$\mathbb{Q} = \{x \mid x = \frac{a}{b} \text{ dengan } a, b \in \mathbb{Z}\}$$

- Himpunan bilangan irasional diberi notasi \mathbb{I}_r

$$\mathbb{I}_r = \{\dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, e, \phi, \dots\}$$

Himpunan Bilangan Real dan Operasinya

Contoh

- 1 Diketahui $A \subset \mathbb{N}$ dengan $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
Tentukan : $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $A \cap B \cup B - A$
- 2 Diketahui $A \subset \mathbb{Z}$ dan $B \subset \mathbb{Z}$ dengan $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ dan $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Tentukan : $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $A \cap B \cap B - A$.
- 3 Diketahui $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$ dan $C \subset \mathbb{R}$ dengan $A = \{x \mid -1 \leq x < 6\}$ dan $B = \{x \mid 3, x \leq 9\}$ dan $C = \{x \mid 10 \leq x < 12\}$
Tentukan : $A \cup B$, $A \cap B$, $(A \cup B) \cap C$, $(A \cap B) \cup C$, $A - B$

Sistem Bilangan Real

Sifat-sifat medan bilangan Real

Untuk $x, y, z \in \mathbb{R}$ maka

1. sifat komutatif:

a. $x + y = y + x$

b. $x \cdot y = y \cdot x$

2. sifat asosiatif:

a. $x + (y + z) = (x + y) + z$

b. $x(yz) = (xy)z$

3. sifat distributif: $x(y + z) = xy + xz$

4. unsur satuan (identitas):

a. 0 sehingga $x + 0 = x$ (penambahan)

b. 1 sehingga $x \cdot 1 = x$ (perkalian)

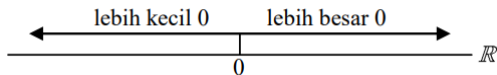
5. unsur invers (balikan):

a. $\forall x \in \mathbb{R}$ ada invers $(-x)$ sehingga $x + (-x) = 0$

b. $\forall x \neq 0$ ada invers x^{-1} sehingga $x \cdot x^{-1} = 1$.

Urutan

Himpunan bilangan real dipisahkan oleh bilangan 0 menjadi dua bagian, yaitu bagian yang lebih besar 0 selanjutnya disebut bilangan **positif** dan bagian yang lebih kecil 0 selanjutnya disebut bilangan **negatif**



Sifat-sifat Urutan









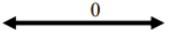
Di dalam sistem bilangan real berlaku sifat-sifat urutan seperti yang dituangkan pada Sifat-sifat berikut ini.

1. Trikotomi : untuk setiap dua bilangan x dan y hanya berlaku salah satu dari hubungan, $x < y$ atau $x = y$ atau $x > y$.
2. Transitif : jika $x < y$ dan $y < z$ maka $x < z$.
3. Penambahan : $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$.
4. Pengalihan : a. jika $z > 0$ maka $x < y \Leftrightarrow xz < yz$
b. jika $z < 0$ maka $x < y \Leftrightarrow xz > yz$.

Selang (Interval)

Selang (interval) merupakan cara lain untuk penulisan himpunan bagian bilangan real, ditulis sebagai (\dots, \dots) , $(\dots, \dots]$, $[\dots, \dots)$, atau $[\dots, \dots]$. Notasi “(“ dan “)” selang buka “[“ dan “]” selang tutup.

Selang (Interval)

No	Selang dan gambarnya		Himpunan
1	(a,b)		$x a < x < b$
2	$(a,b]$		$x a < x \leq b$
3	$[a,b)$		$x a \leq x < b$
4	$[a,b]$		$x a \leq x \leq b$
5	$(-\infty, b]$		$x x \leq b$
6	$(-\infty, b)$		$x x < b$
7	$[a, \infty)$		$x x \geq a$
8	(a, ∞)		$x x > a$
9	$(-\infty, \infty)$		R

Contoh

Gambarkan selang dan penulisan himpunan dari :

- 1 $(-2, 5)$
- 2 $(-\infty, 1]$
- 3 $[-1, \infty)$
- 4 $(-5, -3]$
- 5 $[1, 4]$

Pertidaksamaan

Contoh

Berapa nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $2x - 4 < 0$

$$2x - 4 < 0$$

$$2x - 4 + 4 < 0 + 4$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

Nilai Mutlak

Definition (Nilai Mutlak)

Nilai mutlak a ditulis $|a|$ dan didefinisikan :




$$|a| = \begin{cases} a & \text{jika } a \geq 0 \\ -a & \text{jika } a < 0 \end{cases}$$

Sifat Nilai Mutlak

Berikut adalah sifat nilai mutlak :

a. $\pm a \leq a $	b. $ ab = a b $
c. $\left \frac{a}{b}\right = \frac{ a }{ b }, b \neq 0$	d. $ a+b \leq a + b $
e. $ a-b \leq a-b $	

Berikut pertidaksamaan dalam nilai mutlak :

a. $ x < a \Leftrightarrow -a < x < a$	
b. $ x > a \Leftrightarrow x < -a \cup x > a$	
c. $ x \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$	
d. $ x \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \cup x \geq a$	