

Fungsi Komposisi

Setelah menyaksikan
tayangan ini anda dapat

Menentukan:

- fungsi komposisi
- salah satu fungsi
jika fungsi komposisi
dan fungsi yang lain
diketahui

Fungsi

Suatu relasi dari A ke B yang memasangkan *setiap* anggota A ke *tepat satu* anggota B disebut fungsi atau pemetaan dari A ke B

Notasi Fungsi

Suatu fungsi atau pemetaan umumnya dinotasikan dengan huruf kecil.

Misal, f adalah fungsi dari A ke B
ditulis $f: A \rightarrow B$

A disebut *domain*

B disebut *kodomain*

Range atau Daerah Hasil

Jika f memetakan

$$x \in A \text{ ke } y \in B$$

dikatakan y adalah peta dari x

ditulis $f: x \rightarrow y$ atau $y = f(x)$.

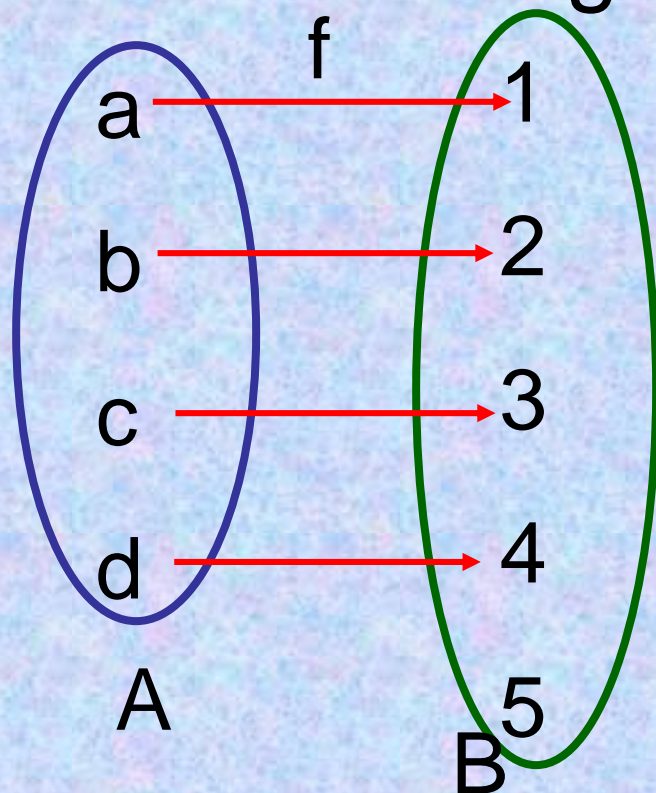
Himpunan $y \in B$

yang merupakan peta dari $x \in A$

disebut *range atau daerah hasil*

+ contoh 1

Perhatikan gambar pemetaan



$$f : A \rightarrow B$$

domain adalah

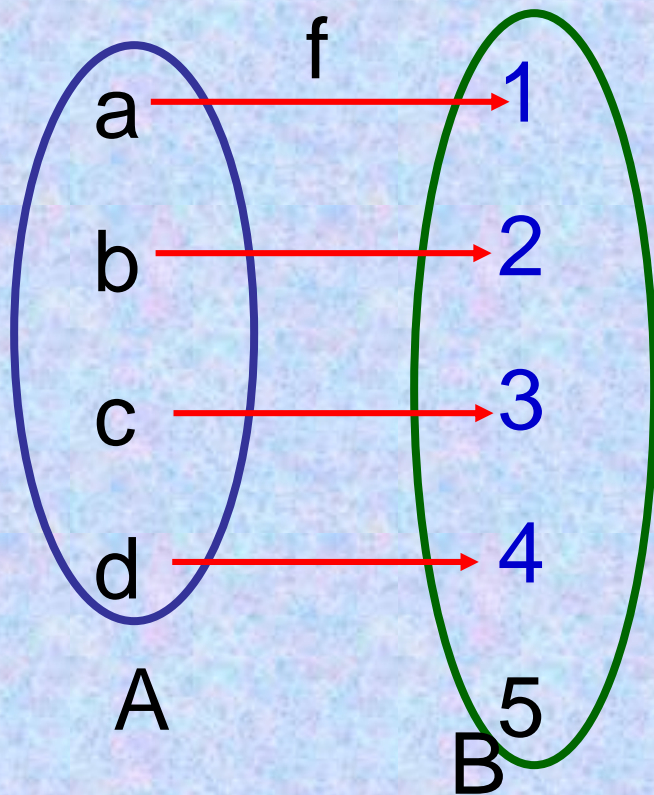
$$A = \{a, b, c, d\}$$

kodomain adalah

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Perhatikan gambar pemetaan

$$f : A \rightarrow B$$



$$f(a) = 1, f(b) = 2$$

$$f(c) = 3, f(d) = 4$$

range adalah

$$R = \{1, 2, 3, 4\}$$

contoh 2

Misal $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

dengan $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

Tentukan domain dari fungsi f .

Jawab

Supaya $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
maka haruslah $1 - x^2 \geq 0$.

$$1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 - 1 \leq 0 \text{ atau}$$

$$(x - 1)(x + 1) \leq 0 \text{ atau } -1 \leq x \leq 1.$$

Jadi, domain fungsi tersebut
adalah $-1 \leq x \leq 1$.

contoh 3

Misal $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

dengan $f(x - 1) = x^2 + 5x$

Tentukan : a. $f(x)$

b. $f(-3)$

Jawab

a. Misal $y = x - 1$ maka $x = y + 1$

karena $f(x - 1) = x^2 + 5x$

maka $f(y) = (y + 1)^2 + 5(y + 1)$

$$f(y) = y^2 + 2y + 1 + 5y + 5$$

$$f(y) = y^2 + 7y + 6$$

$$f(y) = y^2 + 7y + 6$$

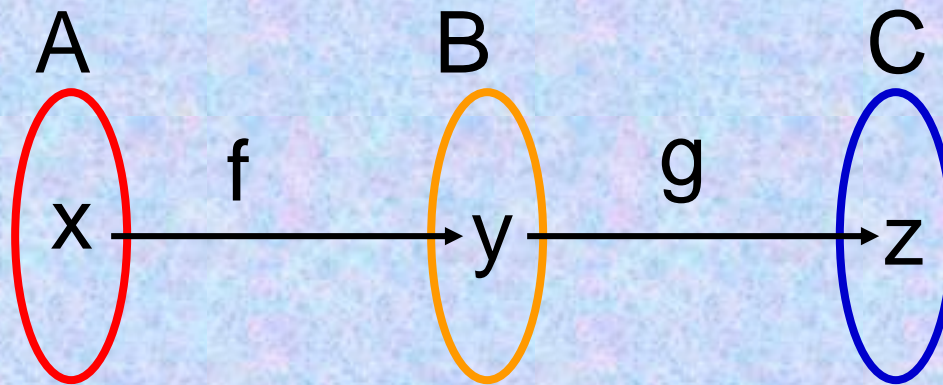
$$\text{a. } f(x) = x^2 + 7x + 6$$

$$\begin{aligned} \text{b. } f(-3) &= (-3)^2 + 7(-3) + 6 \\ &= 9 - 21 + 6 \\ &= -6 \end{aligned}$$

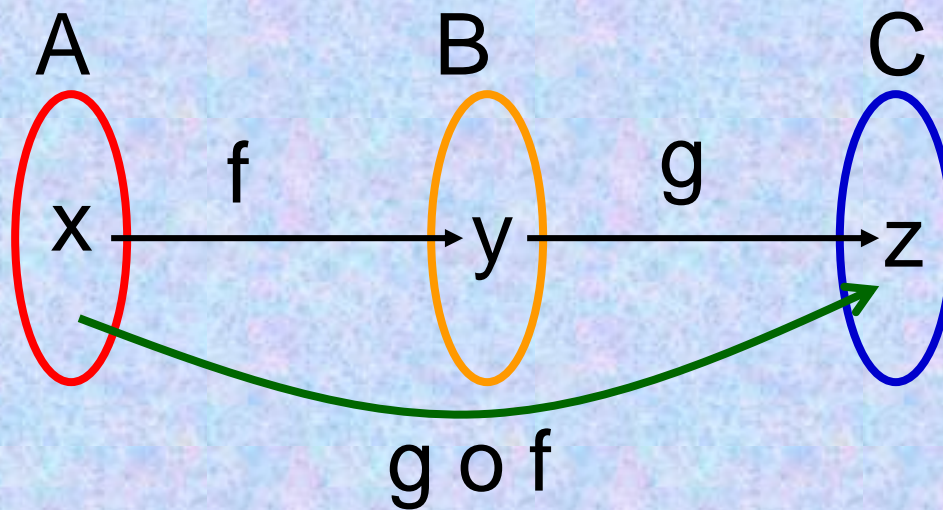
Komposisi Fungsi

Penggabungan operasi dua fungsi secara berurutan akan menghasilkan sebuah fungsi baru.

Penggabungan tersebut disebut *komposisi fungsi* dan hasilnya disebut fungsi komposisi.



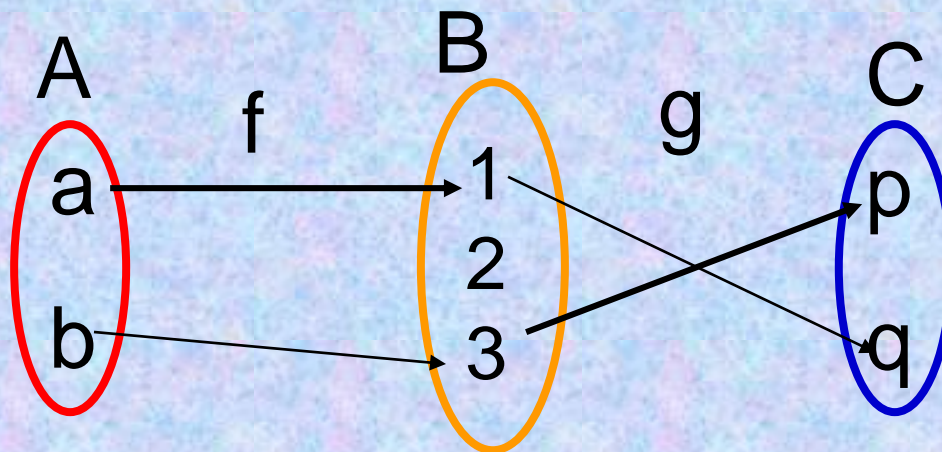
$x \in A$ dipetakan oleh f ke $y \in B$
ditulis $f : x \rightarrow y$ atau $y = f(x)$
 $y \in B$ dipetakan oleh g ke $z \in C$
ditulis $g : y \rightarrow z$ atau $z = g(y)$
atau $z = g(f(x))$



maka fungsi yang memetakan
 $x \in A$ ke $z \in C$
adalah komposisi fungsi f dan g
ditulis $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

+ contoh 1

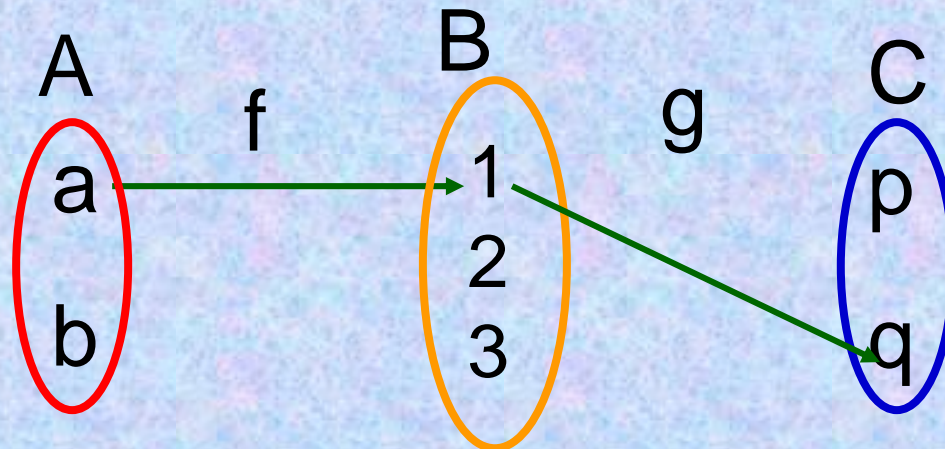
$f : A \rightarrow B$ dan $g : B \rightarrow C$
didefinisikan seperti pada gambar



Tentukan $(g \circ f)(a)$ dan $(g \circ f)(b)$

✚ Jawab:

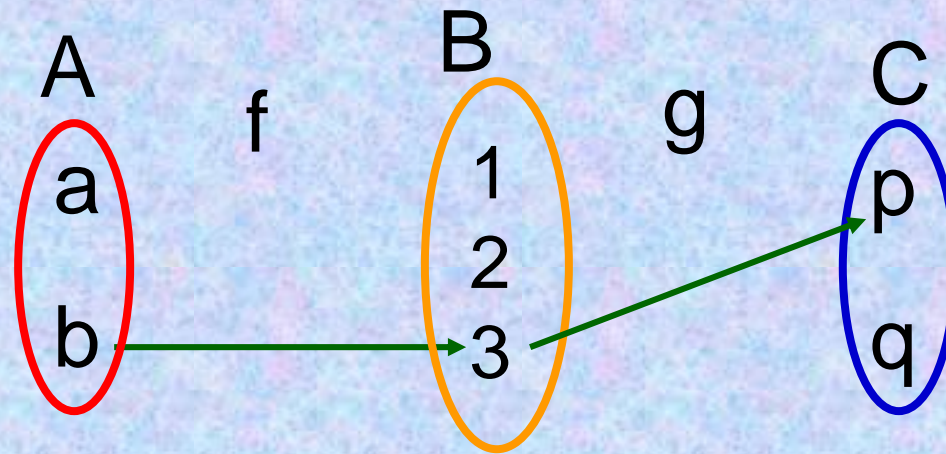
$$(g \circ f)(a) = ?$$



$$f(a) = 1 \text{ dan } g(1) = q$$

$$\text{Jadi } (g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(1) = q$$

$$(g \circ f)(b) = ?$$



$$f(b) = 3 \text{ dan } g(3) = p$$

$$\text{Jadi } (g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(3) = p$$

contoh 2

Ditentukan $g(f(x)) = f(g(x))$.

Jika $f(x) = 2x + p$ dan

$$g(x) = 3x + 120$$

maka nilai $p = \dots$

✚ Jawab:

$$f(x) = 2x + p \text{ dan } g(x) = 3x + 120$$

$$g(f(x)) = f(g(x))$$

$$g(2x + p) = f(3x + 120)$$

$$3(2x + p) + 120 = 2(3x + 120) + p$$

$$~~6x~~ + 3p + 120 = ~~6x~~ + 360 + p$$

$$3p - p = 360 - 120$$

$$2p = 240 \rightarrow p = 120$$

Sifat Komposisi Fungsi

1. Tidak komutatif:

$$f \circ g \neq g \circ f$$

2. Bersifat assosiatif:

$$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h = f \circ g \circ h$$

3. Memiliki fungsi identitas: $I(x) = x$

$$f \circ I = I \circ f = f$$

contoh 1

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3x - 1 \text{ dan } g(x) = 2x^2 + 5$$

Tentukan: a. $(g \circ f)(x)$

b. $(f \circ g)(x)$

✚ Jawab:

$$f(x) = 3x - 1 \text{ dan } g(x) = 2x^2 + 5$$

$$\begin{aligned} \text{a. } (g \circ f)(x) &= g[f(x)] = g(3x - 1) \\ &= 2(3x - 1)^2 + 5 \\ &= 2(9x^2 - 6x + 1) + 5 \\ &= 18x^2 - 12x + 2 + 5 \\ &= 18x^2 - 12x + 7 \end{aligned}$$

$$f(x) = 3x - 1 \text{ dan } g(x) = 2x^2 + 5$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (f \circ g)(x) &= f[g(x)] = f(2x^2 + 5) \\ &= 3(2x^2 + 5) - 1 \\ &= 6x^2 + 15 - 1 \end{aligned}$$

$$(f \circ g)(x) = 6x^2 + 14$$

$$(g \circ f)(x) = 18x^2 - 12x + 7$$

$$(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$$

tidak bersifat komutatif

contoh 2

$$f(x) = x - 1, g(x) = x^2 - 1 \text{ dan}$$

$$h(x) = 1/x$$

Tentukan: a. $(f \circ g) \circ h$

b. $f \circ (g \circ h)$

✚ Jawab:

$$f(x) = x - 1, g(x) = x^2 - 1$$

$$\text{dan } h(x) = 1/x$$

$$((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ g)(h(x))$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= (x^2 - 1) - 1 \\ &= x^2 - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g(h(x))) &= (f \circ g)(1/x) \\ &= (1/x)^2 - 2\end{aligned}$$

$$f(x) = x - 1, g(x) = x^2 - 1$$

$$\text{dan } h(x) = 1/x$$

$$(f \circ (g \circ h))(x) = (f(g \circ h))(x)$$

$$(g \circ h)(x) = g(1/x)$$

$$= (1/x)^2 - 1$$

$$= 1/x^2 - 1$$

$$f(g \circ h)(x) = f(1/x^2 - 1)$$

$$= (1/x^2 - 1) - 1$$

$$= (1/x)^2 - 2$$

contoh 3

$$l(x) = x, f(x) = x^2 \text{ dan } g(x) = x + 1$$

Tentukan:

a. $(f \circ l)(x)$ dan $(g \circ l)$

b. $(l \circ f)$ dan $(l \circ g)$

✚ Jawab:

$$l(x) = x, f(x) = x^2 \text{ dan } g(x) = x + 1$$

$$(f \circ l)(x) = x^2$$

$$(g \circ l)(x) = x + 1$$

$$(l \circ f)(x) = x^2$$

$$(l \circ g)(x) = x + 1$$

$$(l \circ f)(x) = (f \circ l) = f$$

 Menentukan
Suatu Fungsi
Jika Fungsi Komposisi
dan
Fungsi Yang Lain Diketahui

Contoh 1

Diketahui $f(x) = 3x - 1$

dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 5$

Tentukan $g(x)$.

Jawab

$$f(x) = 3x - 1 \text{ dan } (f \circ g)(x) = x^2 + 5$$

$$f[g(x)] = x^2 + 5$$

$$3 \cdot g(x) - 1 = x^2 + 5$$

$$3 \cdot g(x) = x^2 + 5 + 1 = x^2 + 6$$

$$\text{Jadi } g(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 6)$$

contoh 2

Diketahui $g(x) = x + 9$ dan

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{3}x^2 - 6$$

maka $f(x) = \dots$

✚ Jawab:

$$g(x) = x + 9$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{3}x^2 - 6$$

$$f(x + 9) = \frac{1}{3}x^2 - 6$$

Misal: $x + 9 = y \rightarrow x = y - 9$

$$f(y) = \frac{1}{3}(y - 9)^2 - 6$$

$$\begin{aligned} f(y) &= \frac{1}{3}(y - 9)^2 - 6 \\ &= \frac{1}{3}(y^2 - 18y + 81) - 6 \\ &= \frac{1}{3}y^2 - 6y + 27 - 6 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 21$$

contoh 3

Diketahui $f(x) = x - 3$ dan

$$(g \text{ of } f)(x) = x^2 + 6x + 9$$

maka $g(x - 1) = \dots$

✚ Jawab:

$$f(x) = x - 3;$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x^2 + 6x + 9$$

$$g(x - 3) = x^2 + 6x + 9$$

$$\text{Misal: } x - 3 = y \rightarrow x = y + 3$$

$$g(y) = (y + 3)^2 + 6(y + 3) + 9$$

$$= y^2 + 6y + 9 + 6y + 18 + 9$$

$$\begin{aligned}g(y) &= y^2 + 6y + 9 + 6y + 18 + 9 \\ &= y^2 + 12y + 36\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g(x - 1) &= (x - 1)^2 + 12(x - 1) + 36 \\ &= x^2 - 2x + 1 + 12x - 12 + 36 \\ &= x^2 + 10x + 25\end{aligned}$$

$$\text{Jadi } g(x - 1) = x^2 + 10x + 25$$

Contoh 4

Diketahui $f(x) = 2x + 1$

dan $(f \circ g)(x + 1) = -2x^2 - 4x + 1$

Nilai $g(-2) = \dots$

✚ Jawaban:

$$f(g(x + 1)) = -2x^2 - 4x + 1$$

$$f(x) = 2x + 1 \rightarrow f(g(x)) = 2g(x) + 1$$

$$f(g(x + 1)) = 2g(x + 1) + 1$$

$$2g(x + 1) + 1 = -2x^2 - 4x - 1$$

$$2g(x + 1) = -2x^2 - 4x - 2$$

$$g(x + 1) = -x^2 - 2x - 1$$

$$g(x + 1) = -x^2 - 2x - 1$$

$$g(x) = -(x - 1)^2 - 2(x - 1) - 1$$

$$\begin{aligned} g(2) &= -(2 - 1)^2 - 2(2 - 1) - 1 \\ &= -1 - 2 - 1 = -4 \end{aligned}$$

Jadi $g(2) = -4$

