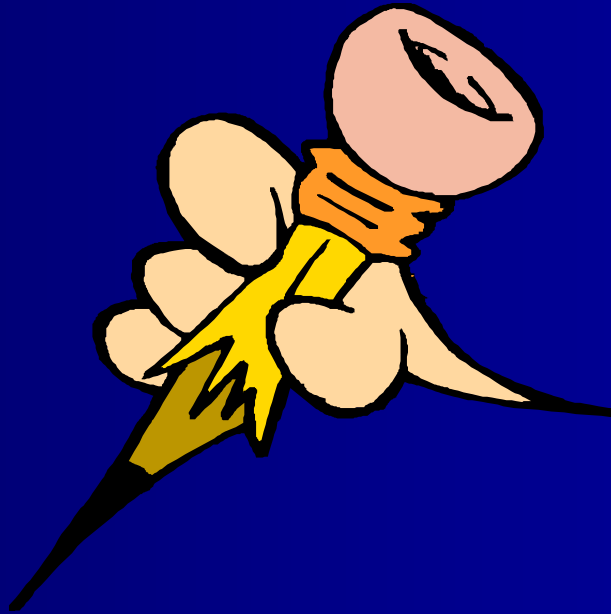


LIMIT FUNGSI

LIMIT FUNGSI:

Mendekati hampir, sedikit lagi, atau
harga batas



Limit fungsi:

Suatu limit $f(x)$ dikatakan mendekati A $\{f(x) \rightarrow A\}$ sebagai suatu limit.

Bila x mendekati a $\{x \rightarrow a\}$

Dinotasikan

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

$x \rightarrow a$

Langkat-langkah mengerjakan limit fungsi (supaya bentuk tak tentu dapat dihindari) adalah

1. Subtitusi langsung.
2. Faktorisasi.
3. Mengalikan dengan bilangan sekawan.
4. Membagi dengan variabel pangkat tertinggi.

Berapa teorema limit:

Bila $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$

Maka

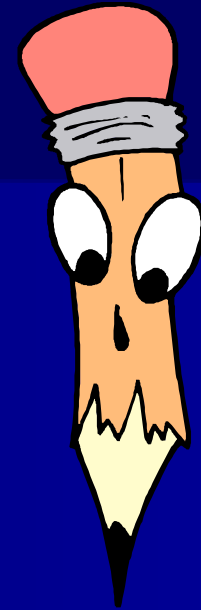
$$\begin{aligned} 1. \lim_{x \rightarrow a} [k \cdot f(x)] &= k \lim_{x \rightarrow a} f(x) \\ &= k \cdot A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] &= \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) \\ &= A \pm B \end{aligned}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$= A \times B$$



4.

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{A}{B}$$

5.

$$\mathit{Lim}_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\mathit{Lim}_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n = A^n$$

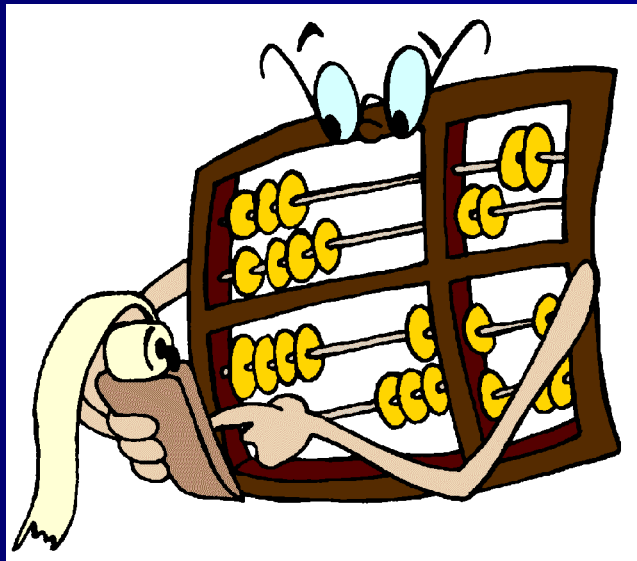
6.

$$\mathit{Lim}_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\mathit{Lim}_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{A}$$

Soal latihan:

1. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} 3x$ adalah....

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 6



Pembahasan 1:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} 3x &= 3(2) \\ &= 6\end{aligned}$$

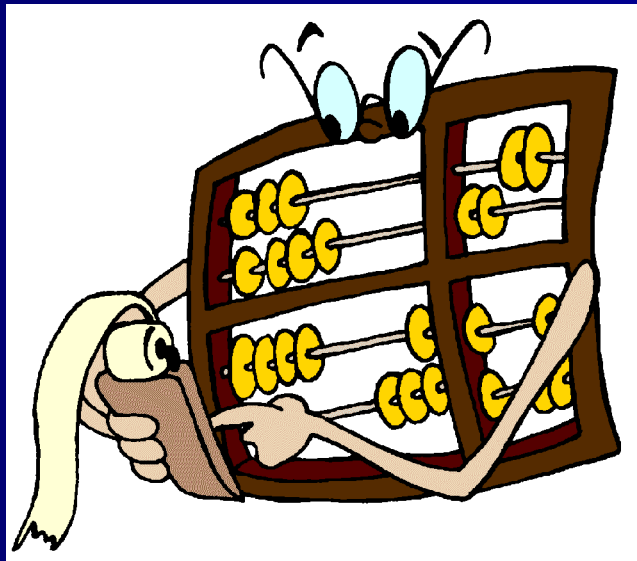
Pembahasan 2:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} 3x &= 3 \lim_{x \rightarrow 2} X \\ &= 3(2) = 6\end{aligned}$$

Jawab:

1. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow a} 3x$ adalah....

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 6



2. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} (2x+4)$ adalah....

- a. -2
- b. 2
- c. 4
- d. 6
- e. 8

Pembahasan:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x+4) = 2(2) + 4$$

$$= 4 + 4$$

$$= 8$$

2. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} (2x+4)$ adalah....

- a. -2
- b. 2
- c. 4
- d. 6
- e. 8

3. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 3} [6x - 2x]$ adalah....

a. -6

b. 8

c. 12

d. 14

e. 16

Pembahasan 1:

$$\lim_{x \rightarrow 3} [6x - 2x] = \lim_{x \rightarrow 3} 4x = 4(3) = 12$$

Pembahasan 2:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} [6x - 2x] &= \lim_{x \rightarrow 3} 6x - \lim_{x \rightarrow 3} 2x \\ &= 6(3) - 2(3) \\ &= 18 - 6 = 12 \end{aligned}$$

3. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 3} [6x - 2x]$ adalah....

- a. -6
- b. 8
- c. 12
- d. 14
- e. 16

Limit fungsi bentuk $\frac{0}{0}$

Jika $f(x) = (x-a).h(x)$

$g(x) = (x-a).k(x)$

Maka:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a).h(x)}{(x-a).k(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x)}{k(x)} = \frac{h(a)}{k(a)} \end{aligned}$$

Limit Fungsi Bentuk



Jika diketahui limit tak hingga (\sim)
Sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{px^m + qx^{m-1} + \dots + r} = R$$

Maka:

1. $R = 0$ jika $n < m$
2. $R = \frac{a}{p}$ jika $n = m$
3. $R = \sim$ jika $n > m$

Limit Fungsi Bentuk ($\infty - \infty$)

a.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{ax + b} - \sqrt{px + q} \right] = R$$

1. $R = \infty$ jika $a > p$
2. $R = 0$ jika $a = p$
3. $R = -\infty$ jika $a < p$

b. $\lim_{x \rightarrow \sim} \left[\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r} \right] = R$

1. $R = \sim$ jika $a > p$

2. $R = \frac{b - q}{2\sqrt{a}}$ jika $a = p$

3. $R = -\sim$ jika $a < p$

Soal latihan:

4. Nilai dari

adalah....

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x^2 + 4x}{2x^3 - x^2 - 2x}$$

a. 3

b. 2

c. 1

d.

$$-\frac{1}{2}$$

e. -2

Pembahasan:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x^2 + 4x}{2x^3 - x^2 - 2x} \\ = \frac{0^4 - 3 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0}{2 \cdot 0^3 - 0^2 - 2 \cdot 0} = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

Jika 0 didistribusikan menghasilkan
(bukan solusi) sehingga soal
diselesaikan dengan cara faktorisasi

$$\frac{0}{0}$$

Maka:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x^2 + 4x}{2x^3 - x^2 - 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x[x^3 - 3x + 4]}{x[2x^2 - x - 2]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x + 4}{2x^2 - x - 2} \\ &= \frac{0 - 0 + 4}{0 - 0 - 2} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}$$

Soal latihan:

4. Nilai dari

adalah....

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x^2 + 4x}{2x^3 - x^2 - 2x}$$

a. 3

b. 2

c. 1

d. $-\frac{1}{2}$

e. -2

5. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

adalah....

a. 1

b. $\frac{4}{5}$

c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{2}{5}$

e. -1

Pembahasan:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x + 3} = \frac{2 + 2}{2 + 3} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

5. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

adalah....

a. 1

b. $\frac{4}{5}$

c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{2}{5}$

e. -1

6. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 8x - 1}$$

adalah

a. -6

d. 16

b. 2

e. 32

c. 10

Pembahasan 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 8x - 1}$$

$$= \frac{\frac{4x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} - \frac{6}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{8x}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \frac{4 + \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2}}{2 - \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

Pembahasan 1:

$$\begin{aligned} &= \frac{4 + \frac{3}{\sim} - \frac{6}{\sim^2}}{2 - \frac{8}{\sim} + \frac{1}{\sim^2}} = \frac{4 + 0 - 0}{2 - 0 + 0} \\ &= \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

Pembahasan 2:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 8x - 1}$$

Perhatikan bahwa pangkat diatas sama dengan pangkat bawah sehingga $p = q$
(p dibagi q)

$$L = \frac{p}{q} = \frac{4}{2} = 2$$

6. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 8x - 1}$$

adalah

a. -6

d. 16

b. 2

e. 32

c. 10

7. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \{ \sqrt{4x^2 - 2x + 6} - \sqrt{4x^2 + 2x - 1} \}$$

adalah....

a. -3

d. 0

b. -2

e. 1

c. -1

Pembahasan:

$$R = \frac{b - q}{2\sqrt{a}} = \frac{-2 - 2}{2\sqrt{4}} = \frac{-4}{2.2} \\ = \frac{-4}{4} = -1$$

7. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \{ \sqrt{4x^2 - 2x + 6} - \sqrt{4x^2 + 2x - 1} \}$$

adalah....

a. -3

d. 0

b. -2

e. 1

c. -1

8. Nilai dari
adalah....

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(8x-2)^2}{(4x+1)^2}$$

a. -4

b. 0

c. 2

d. 4

e. 8

Pembahasan:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sim} \frac{(8x-2)^2}{(4x-1)^2} &= \lim_{x \rightarrow \sim} \frac{64x^2 - 32x + 4}{16x^2 + 8x + 1} \\ &= \frac{64}{16} = 4 \end{aligned}$$

8. Nilai dari
adalah....

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(8x-2)^2}{(4x+1)^2}$$

a. -4

b. 0

c. 2

d. 4

e. 8

9. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x}$$

adalah....

a. $-\infty$

d. 0

b. -2

c. $-\frac{1}{2}$

e. $\frac{1}{2}$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{x(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x+2} = \frac{0-1}{0+2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

9. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x}$$

adalah....

a. $-\infty$

d. 0

b. -2

c. $-\frac{1}{2}$

e. $\frac{1}{2}$

10. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 4x^2 + 2x - 1}{3x^4 - 2x^3 + 5x + 2}$$

adalah....

a. $-\frac{1}{2}$

d. 2

b. 0

e. 3

c. $\frac{1}{2}$

Pembahasan:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 4x^2 + 2x - 1}{3x^4 - 2x^3 + 5x + 2}$$

Perhatikan

Pangkat tertinggi diatas 3

Pangkat tertinggi dibawah 4

Jadi $n < m$

Nilai $R = 0$

10. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 4x^2 + 2x - 1}{3x^4 - 2x^3 + 5x + 2}$$

adalah....

a. $-\frac{1}{2}$

d. 2

b. 0

e. 3

c. $\frac{1}{2}$

11. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{3x^2 - 13x - 4}$$

adalah....

a. $\frac{5}{13}$

b. $\frac{8}{13}$

c. $\frac{11}{13}$

d. $\frac{12}{13}$

e. $\frac{14}{13}$

Pembahasan:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{3x^2 - 13x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{(2x - 3)(x + 4)}{(3x - 1)(x + 4)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x - 3}{3x - 1} = \frac{2(-4) - 3}{3(-4) - 1}$$

$$= \frac{-11}{-13} = \frac{11}{13}$$

11. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{3x^2 - 13x - 4}$$

adalah....

a. $\frac{5}{13}$

b. $\frac{8}{13}$

c. $\frac{11}{13}$

d. $\frac{12}{13}$

e. $\frac{14}{13}$

12. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{2x^2 + 4x - 10}{4x^2 + 7}$$

adalah....

a. $\frac{1}{2}$

d. -1

b. 0

e. -6

c. $-\frac{1}{2}$

Pembahasan:

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{2x^2 + 4x - 10}{4x^2 + 7}$$

Pangkat diatas = Pangkat dibawah

Maka

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

12. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x - 10}{4x^2 + 7}$$

adalah....

a. $\frac{1}{2}$

d. -1

b. 0

e. -6

c. $-\frac{1}{2}$

SELAMAT BELAJAR