



INTEGRAL

Oleh:

Egi Safitri, S.Mat., M.Si

Desember 12, 2023

Integral Tak Tentu


- Mengintegalkan suatu fungsi turunan $f(x)$ berarti adalah mencari integral atau anti turunan, yaitu $F(x)$
- Bentuk umum integral dari $f(x)$ adalah :

$$\int f(x)dx = F(x) + k$$

Dimana k adalah sembarang konstanta yang nilainya tidak tentu.



Penulisan simbol integral



$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Persamaan dasar integral dapat dilihat sebagai berikut:

$$\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

Kaidah-Kaidah Integral Tak Tentu

Kaidah 1. Formula Pangkat

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$$

Kaidah 2. Formula Logaritmis

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + k$$

Kaidah-Kaidah Integral Tak Tentu

- Kaidah 3. Formula Eksponensial

$$\int e^x dx = e^x + k$$

$$\int e^u du = e^u + k \quad u = f(x)$$

- Kaidah 4. Formula Penjumlahan

$$\begin{aligned} \int \{f(x) + g(x)\} dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ &= F(x) + G(x) + k \end{aligned}$$

Kaidah-Kaidah Integral Tak Tentu

- Kaidah 5. Formula Perkalian

$$\int n f(x) dx = n \int f(x) dx \quad n \neq 0$$

- Kaidah 6. Formula Substitusi

$$\int f(u) \frac{du}{dx} dx = \int f(u) du = F(u) + k$$

Contoh:

$$1. \int 6x dx = \frac{6x^{1+1}}{1+1} = \frac{6x^2}{2} = 3x^2$$

$$2. \int 12x^3 dx = \frac{12x^{3+1}}{3+1} = \frac{12x^4}{4} = 3x^4$$

$$3. \int 6\sqrt{x} dx = \int 6x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{6x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{6x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = 4x^{\frac{3}{2}}$$

$$4. \int (2x + 3) dx = \frac{2x^{1+1}}{1+1} + \frac{3x^{0+1}}{0+1} = x^2 + 3x$$

$$5. \int \sqrt{x} \left(x^2 - \frac{2}{x}\right) dx = \int x^{\frac{1}{2}} (x^2 - 2x^{-1}) dx = \int x^{\frac{5}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}}$$

NEXT

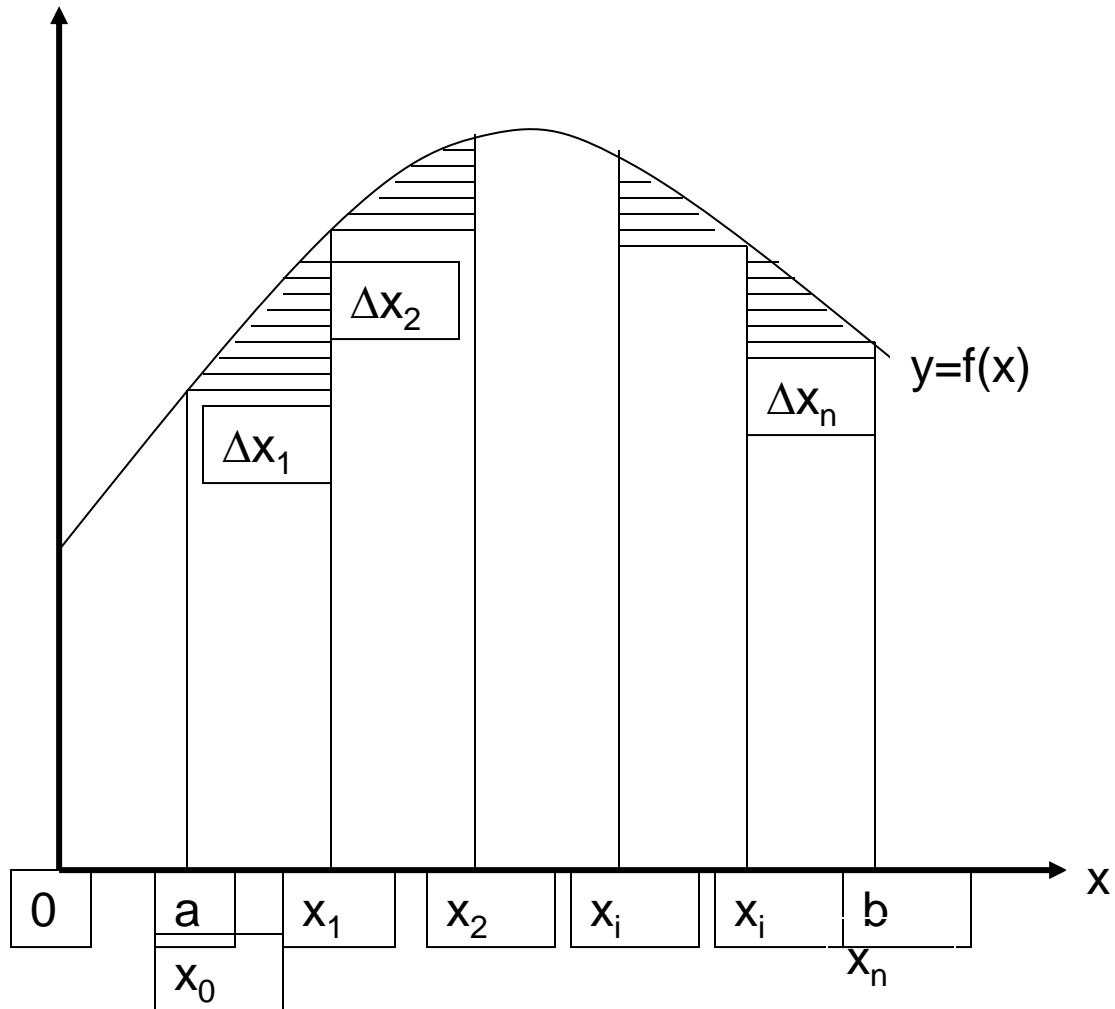
Integral Tentu

- Integral tentu adalah integral dari suatu fungsi yang nilai-nilai variabel bebasnya (memiliki batas-batas) tertentu.
- Integral tentu digunakan untuk menghitung luas areal yang terletak di antara kurva $y = f(x)$ dan sumbu horizontal x , dalam suatu rentangan wilayah yang dibatasi oleh $x = a$ dan $x = b$.

- Bentuk umum :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Integral Tentu



Nilai atau harga masing-masing titik yang mebatasi tiap sub-rentangan adalah :

$$X_0 = a$$

$$X_1 = a + \Delta x$$

$$X_2 = a + 2 (\Delta x)$$

.....

$$X_n = a + n (\Delta x) = b$$

Kaidah-Kaidah Integral Tentu

Untuk $a < b < c$, berlaku :

$$1. \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$2. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$3. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Kaidah-Kaidah Integral Tentu

$$4. \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

$$5. \int_a^b \{f(x) + g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$6. \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

A decorative graphic consisting of several overlapping geometric shapes in teal, yellow, and green, arranged in a pattern that suggests movement or a stylized 'X' or 'Z' shape.

“

Contoso was great to work with.
Patrice was my representative and she
anticipated my needs and worked diligently
to fix my issue.

Metode Integrasi

Integral dengan Substitusi

contoh:

$$\int \sqrt{2x-3} dx = ?$$

Dusahakan menjadi bentuk $\int u^n du$

Substitusi $u = 2x - 3$

Cari turunan dari $u = \frac{du}{dx} = 2$

Cari nilai $dx = \frac{du}{2}$.

Maka:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{2x-3} dx &= \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} du \\ &= \frac{1}{2} \int u^{1/2} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} + C \\ &= \frac{1}{3} u^{3/2} + C \end{aligned}$$

Hasil akhir, dikembalikan ke nilai awal $u = 2x-3$, yaitu:

$$\int \sqrt{2x-3} dx = \frac{1}{3} (2x-3)^{3/2} + C$$

Integral Parsial



Bila bertemu dengan integran yang pengintegralannya tidak dapat dibawa ke bentuk dasar. Salah satu cara penyelesaiannya dengan metode integral parsial.

Dengan pemisalan: $u = f(x)$ dan $v = g(x)$. Metode integral parsial memiliki bentuk:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Keterangan:

$$u = f(x)$$

$$v = g(x)$$

du = turunan dari u

dv = turunan v



Contoh

$$\int x^2 \sqrt{x-3} dx$$

Jawab:

Jadikan bentuk $\int u dv$

Pemisalan:

$$u = x^2$$

$$dv = \sqrt{x-3} dx$$

Cari du dan v

$$du = 2x dx$$

$$v = \int \sqrt{x-3} dx$$

$$v = \int (x-3)^{1/2} = \frac{2}{3} (x-3)^{3/2}$$

Masukan ke bentuk $\int u dv = uv - \int v du$

Contoh

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x^2 \sqrt{x-3} dx = x^2 \cdot \frac{2}{3} (x-3)^{3/2} - \int \frac{2}{3} (x-3)^{3/2} \cdot 2x dx$$

$$= \frac{2}{3} x^2 (x-3)^{3/2} - \frac{4}{3} \int x(x-3)^{3/2} dx$$

Integral Parsial Tahap 2: $\int x(x-3)^{3/2}$



Thank you

Thanks to your commitment and strong work ethic, we know next year will be even better than the last.

We look forward to working together.

Egi Safitri

egisafitri@darmajaya.ac.id