



UKURAN PENYEBARAN DATA,
SKEWNESS DAN KURTOSIS
(UKURAN DISPERSI)

UKURAN DISPERSI

- Ukuran dispersi adalah ukuran variasi atau seberapa jauh nilai tersebar data dengan lainnya dari gugus data.
- Aplikasi ukuran dispersi yang sering digunakan adalah standar deviasi.
- Ukuran dispersi biasanya digunakan bersamaan dengan tendensi sentral untuk mempelajari distribusi data.

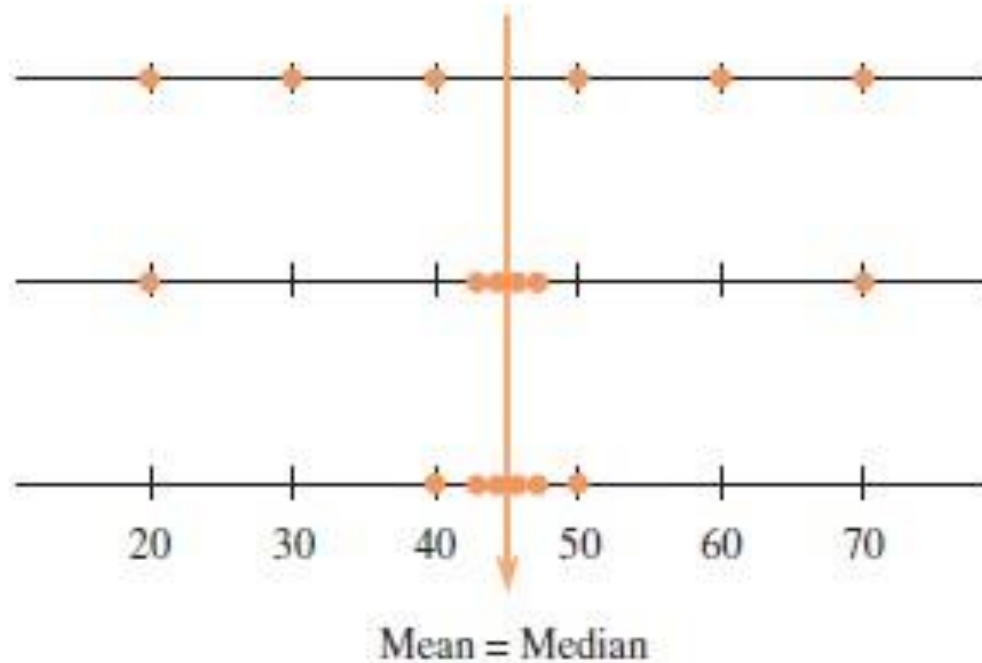
Contoh Kasus

Sample

1. 20, 40, 50, 30, 60, 70

2. 47, 43, 44, 46, 20, 70

3. 44, 43, 40, 50, 47, 46



RANGE

Ukuran dispersi yg merupakan selisih nilai maksimum (X_{\max}) dan minimum (X_{\min}).

$$\begin{aligned} \text{Range} &= \text{data terbesar} - \text{data terkecil} \\ &= X_{\max} - X_{\min} \end{aligned}$$

26	37	39	46	49	59	69	76	83	83	83	87	87	95	95
↓ x_1														↓ x_2

$$R = 95 - 26 = 69$$

RATA-RATA SIMPANGAN

Ukuran variabilitas yang juga banyak digunakan untuk mendeskripsikan sejauh mana sampel pengamatan menyimpang dari rata-rata sampel \bar{x} adalah rata-rata penyimpangan dari mean atau rata-rata simpangan.

Simpangan untuk data tunggal dirumuskan sebagai

$$S_x = \frac{\sum_1^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Untuk data kelompok dirumuskan sebagai

$$S_x = \frac{\sum_1^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

RATA-RATA SIMPANGAN

Contoh : (Data tunggal)

Tentukan rata-rata simpangan data berikut :

6092	5249	5851	5843	6505	6659	6883	4814	6661	5910	5913	6556
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

No.	Angka	X - \bar{X}
1	6092	14
2	5249	829
3	5851	227
4	5843	235
5	6505	427
6	6659	581
7	6883	805
8	4814	1264
9	6661	583
10	5910	168
11	5913	165
12	6556	478
Jumlah	72936	5776

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^n Xi}{n} = \frac{72936}{12} = 6078$$

$$S_x = \frac{\sum_1^n |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{5776}{12} = 481,33$$

RATA-RATA SIMPANGAN

Contoh : (Data Berkelompok)

Tentukan rata-rata simpangan data berikut :

Kelas Interval	Frekuensi
1 - 3	4
4 - 6	5
7 - 9	6
10 - 12	3
13 - 15	2

Kelas Interval	Frekuensi (f_i)	Nilai Tengah (x_i)	($f_i x_i$)
1 - 3	4	2	8
4 - 6	5	5	25
7 - 9	6	8	48
10 - 12	3	11	33
13 - 15	2	14	28
Jumlah	20		142

Mencari Nilai rata-rata untuk data yang berkelompok

$$\bar{x} = \frac{f_i x_i}{n} = \frac{142}{20} = 7,1$$

RATA-RATA SIMPANGAN

x_i	f_i	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
2	4	5,1	20,4
5	5	2,1	10,5
8	6	0,9	5,4
11	3	3,9	11,7
14	2	6,9	13,8
Jumlah	20		61,8

Mencari rata-rata simpangan untuk data yang berkelompok

$$S_x = \frac{\sum_1^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{61,8}{20} = 3,09$$

SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)

Untuk populasi yang berjumlah besar, sangat tidak mungkin untuk mendapatkan nilai rata-rata populasi μ serta deviasi standarnya σ . Untuk mengestimasi (menaksir) nilai μ dan σ , diambil sampel data. Nilai μ diestimasi oleh \bar{x} dan σ diestimasi oleh s .

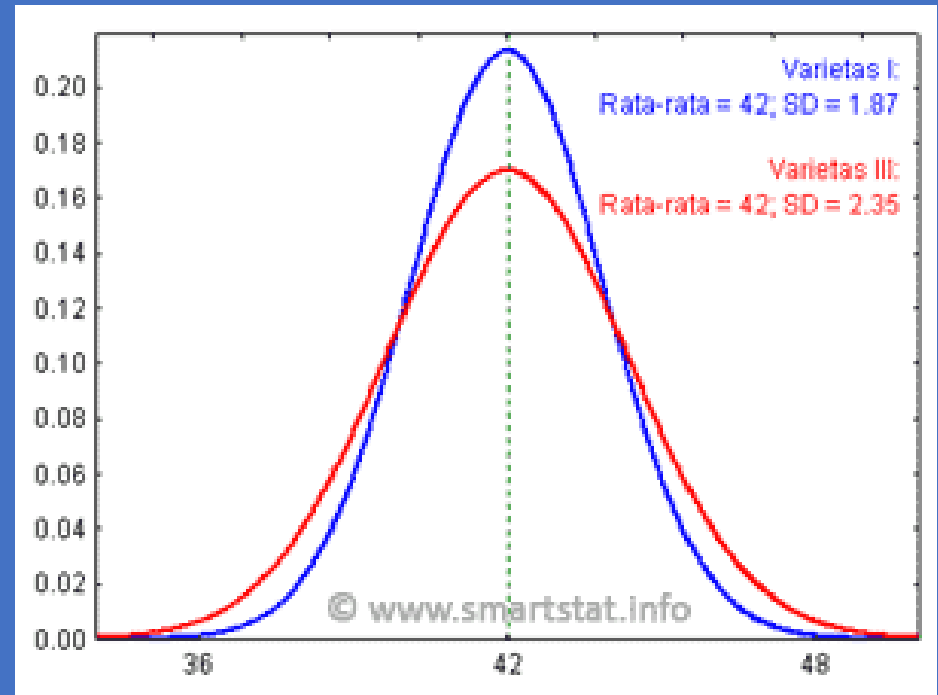
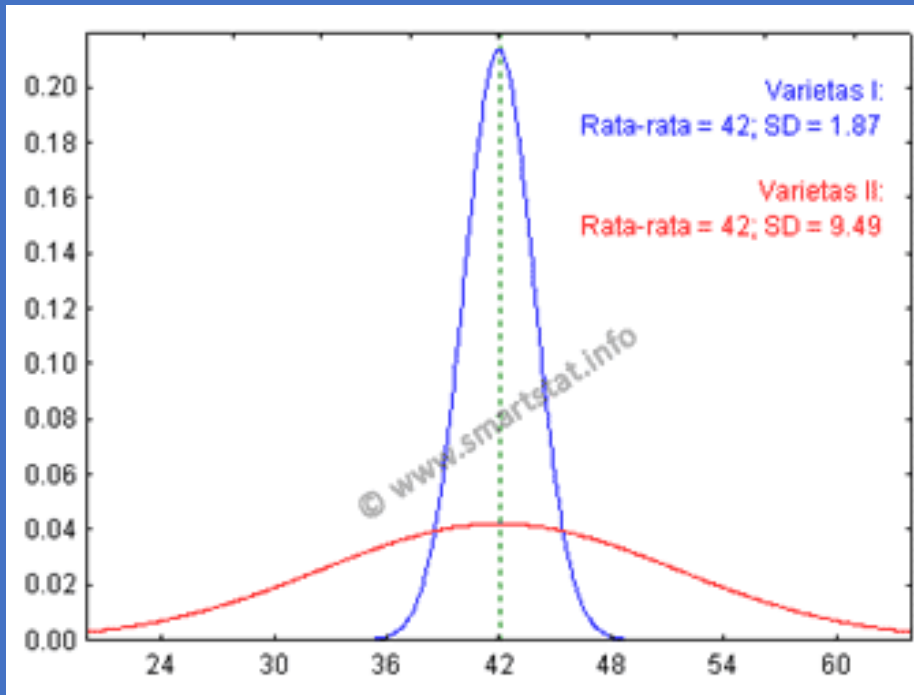
Rumus Deviasi Populasi dengan :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

N = Jumlah observasi dalam populasi

μ = Rata-rata populasi.

SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)



SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)

Standar Deviasi Sampel

Simpangan baku atau deviasi standar (*Standard Deviation*) merupakan ukuran penyebaran yang paling baik, karena menggambarkan besarnya penyebaran tiap-tiap unit observasi. Karl Pearson menamakannya deviasi standar dan dirumuskan sebagai :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

N = Jumlah sampel

\bar{X} = Rata-rata sampel.

SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)

Contoh :

Diberikan sample dengan data 6, 7, 8, 9, 10, Hitunglah standar deviasinya (simpangan baku)

Hitung nilai rata-rata sampel :

$$\bar{X} = \frac{6 + 7 + 8 + 9 + 10}{5} = 8$$

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
6	-2	4
7	-1	1
8	0	0
9	1	1
10	2	4
Jumlah (Σ)		10

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{10}{5-1}} = \sqrt{2,5}$$

SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)

Standar Deviasi dari data kelompok distribusi frekuensi yang berasal dari sampel didefinisikan :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N f_i (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

N = Jumlah sampel

\bar{X} = Rata-rata sampel.

f_i = Frekuensi kelas ke- i

X_i = nilai tengah kelas ke - i

SIMPANGAN BAKU (DEVIASI STANDAR)

Kelas	Frekuensi (f_i)	Nilai tengah (X_i)	$f_i X_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i (X_i - \bar{X})^2$
50-54	1	52	52	-23,375	546,3906	546,3906
55-59	2	57	114	-18,375	337,6406	675,2813
60-64	11	62	682	-13,375	178,8906	1967,797
65-69	10	67	670	-8,375	70,14063	701,4063
70-74	12	72	864	-3,375	11,39063	136,6875
75-79	21	77	1617	1,625	2,640625	55,45313
80-84	6	82	492	6,625	43,89063	263,3438
85-89	9	87	783	11,625	135,1406	1216,266
90-94	4	92	368	16,625	276,3906	1105,563
95-99	4	97	388	21,625	467,6406	1870,563
	80		6030			8538,75

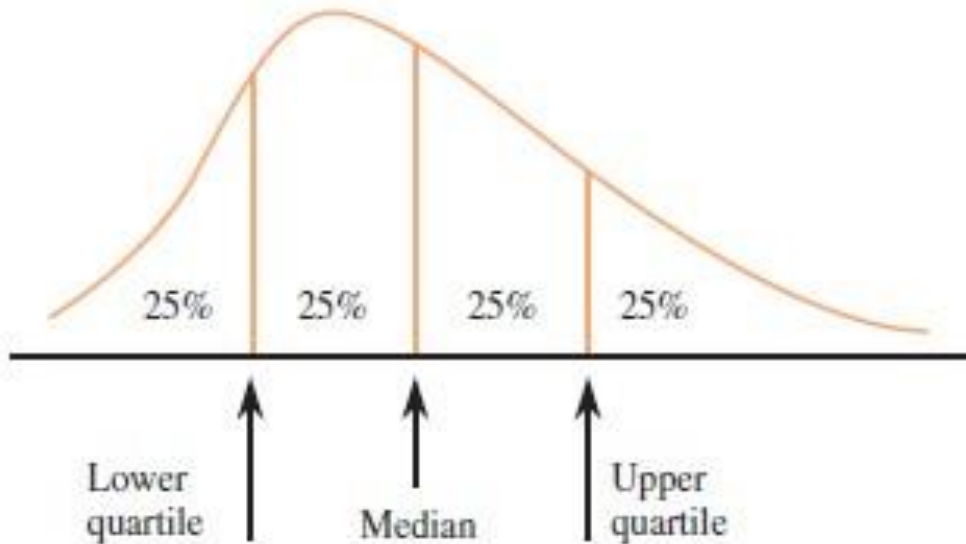
Nilai rata-rata, $\bar{X} = \frac{6030}{80} = 75,375$

Standar deviasi data berkelompok:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N f_i (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}} = \sqrt{\frac{8538,75}{80 - 1}} = \sqrt{108,09} = 10,396$$

RANGE INTERQUARTIL

Median didefinisikan sebagai nilai yang membagi seluruh rentang nilai menjadi dua bagian yang sama dan kuartil didefinisikan sebagai nilai yang membagi seluruh rentang nilai menjadi empat bagian yang sama. Rangeinterkuartil adalah ukuran variabilitas berdasarkan kuartil.



Iqr= kuartir atas - kuartir bawah

$$Iqr= Q_3 - Q_1$$

RANGE INTERQUARTIL

Pengukuran dispersi atas dasar jangkauan inter-kuartil dinamakan deviasi *kuartil* atau *simpangan kuartil* (*quartile deviation*) dan dirumuskan sebagai.

$$D_{iqr} = \frac{\text{Kuartir atas} - \text{kuartir bawah}}{2}$$

atau

$$D_{iqr} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

RANGE INTERQUARTIL

Berikut adalah tabel produksi pulsa telpon di Indonesia

Tahun	Lokal	SLJJ
	(000 pulsa)	(Menit)
1998	16236246427	29668416066
1999	16236724396	31021632143
2000	18516778571	34342636
2001	20227877123	38161484336
2002	19730308403	41397291119
2003	23887950222	42447349726
2004	19936304184	45215914717
2005	22920220767	57745329624
2006	23646924115	61443360381
2007	29018054840	53129188172
2008	22233240642	40706864477

Median = 23887950222

Kuartil bawah = 18516778571

Kuartil atas = 23646924115

$$D_{iqr} = (23646924115 - 18516778571) / 2$$
$$= 2565072772$$

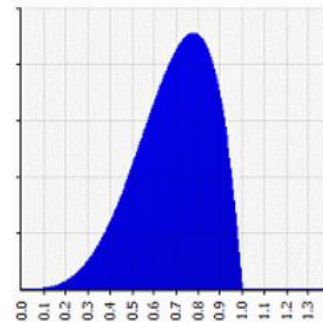
Sumber : Kantor Pusat PT. TELKOM Indonesia

SKEWNESS DAN KURTOSIS (UKURAN DISPERSI)

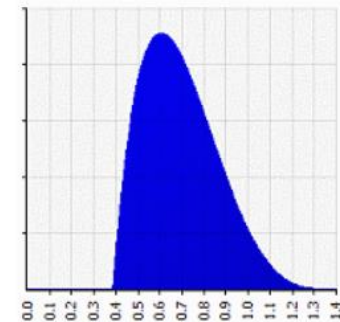


SKEWNES DAN KURTOSIS

Skewness (kemiringan) adalah derajat ketidaksimetrisan suatu distribusi. Jika kurva frekuensi suatu distribusi memiliki ekor yang lebih memanjang ke kanan (dilihat dari meannya) maka dikatakan menceng kanan (positif) dan jika sebaliknya maka menceng kiri (negatif). Secara perhitungan, skewness adalah momen ketiga terhadap mean. Distribusi normal (dan distribusi simetris lainnya, misalnya distribusi t atau Cauchy) memiliki skewness 0 (nol). Perhatikan gambar berikut. Kedua gambar memiliki $\mu = 0.6923$ and $\sigma = 0.1685$ yang sama tetapi keduanya memiliki kemencengan yang berbeda.



Beta($\alpha=4.5$, $\beta=2$)
skewness = -0.5370



1.3846 - Beta($\alpha=4.5$, $\beta=2$)
skewness = $+0.5370$

KOEFISIEN KECONDONGAN (SKEWNESS)

- Koefisien kecondongan menunjukkan apakah kurva condong positif, negatif atau normal.
- Rumus kecondongan adalah :

$$Sk = \frac{\mu - Mo}{\sigma} \text{ atau } Sk = \frac{3(\mu - Md)}{\sigma}$$

- Dimana :

Sk : koefisien kecondongan

μ : nilai rata-rata hitung

Mo : nilai modus

Md : nilai median

σ : standar deviasi

*) Untuk data dikelompokan rumus tetap sama dan di kalikan dengan (fi)

▶ $Sk = [\mu - Mo] \cdot fi / \sigma$ atau $= 3 \cdot [\mu - Md] \cdot fi / \sigma$

KOEFISIEN KECONDONGAN (SKEWNESS)

Nilai S_k (Skewness):

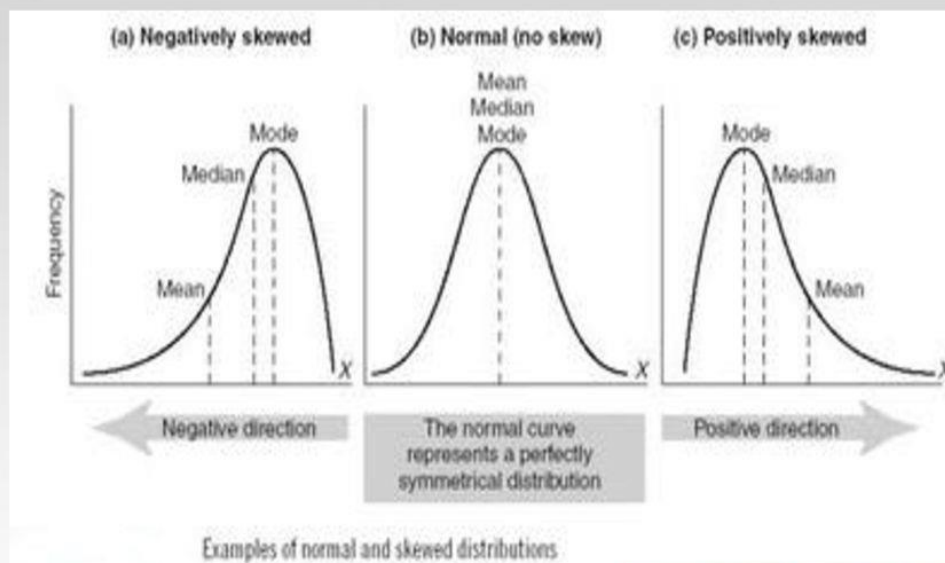
- $S_k = 3$ berarti normal,
- $S_k > 3$ condong positif
- $S_k < 3$ condong negatif.

UKURAN KECONDONGAN - SKEWNESS

- Ukuran kecondongan – kemencengan
Kurva tidak simetris
- Pada kurva distribusi frekuensi diketahui dari posisi **modus, rata-rata dan median**
- Pendekatan : Jika
 - Rata-rata = median = modus :
Simetris
 - Rata-rata < median < modus :
Menceng ke kiri
 - Rata-rata > median > modus :
Menceng ke kanan

KURVA KECONDONGAN

Illustration...



Koefisien Skewness

- $Sk = [\mu - Mo] / \sigma$ atau $= 3.[\mu - Md] / \sigma$

Contoh kasus data

$$\mu = 33.68$$

$$Mo = 18$$

$$Md = 32$$

$$\sigma = 11.2439$$

$$Sk = [33.68 - 18] / 11.2439$$

$$Sk = 15.68 / 11.2439$$

$$Sk = 1.394$$

μ = Nilai rata – rata hitung

Mo = Nilai modus

Md = Nilai median

σ = Standar deviasi

$$Sk = \frac{3. [33.68 - 32]}{11.2439}$$

$$Sk = 5.04 / 11.2439$$

$$Sk = 0.4482$$

UKURAN KERUNCINGAN - KURTOSIS

- Keruncingan disebut juga ketinggian kurva
- Pada distribusi frekuensi di bagi dalam tiga bagian :
 - Leptokurtis = Sangat runcing
 - Mesokurtis = Keruncingan sedang
 - Platykurtis = Kurva datar

Contoh Soal:

Data tentang 20 harga saham pilihan , diketahui $Md = 497,17$ kemudian $Mo = 504,7$

$\sigma = 144,7$ dan $\mu = 490,7$

Hitung koefisien kecondongannya.

$$Sk = [\mu - Mo] / \sigma \text{ atau } = 3.[\mu - Md] / \sigma$$

Jawab :

$$Sk = \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{490,7 - 504,7}{144,7} = -0,10 \quad \text{atau}$$

$$Sk = \frac{3(\mu - Md)}{\sigma} = \frac{3(490,7 - 497,17)}{144,7} = -0,13$$

Dari ke dua nilai Sk diatas menunjukkan bahwa kurve negative, dikarenakan ada nilai yang sangat kecil sehingga menurunkan rata-rata hitungnya.

KOEFISIEN KERUNCINGAN (KURTOSIS)

- Koefisien keruncingan menunjukkan apakah kurva bersifat normal, runcing, atau datar.
- Rumus koefisien keruncingan untuk data tidak berkelompok adalah :

$$\alpha^4 = \frac{1/n \sum (x - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Dimana :

α^4 : koefisien kurtosis

n : jumlah data

X : nilai data

μ : nilai rata-rata hitung data

σ : standar deviasi

KOEFISIEN KERUNCINGAN (KURTOSIS)

- Untuk data yang dikelompokkan dirumuskan sbb :

$$\alpha^4 = \frac{1/n \sum f.(X - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Dimana :

α^4 : koefisien kurtosis

n : jumlah data

f : jumlah frekuensi kelas

X : nilai tengah kelas

μ : nilai rata-rata hitung data

σ : standar deviasi

Koefisien Kurtosis

- Bentuk kurva keruncingan – kurtosis
 - Mesokurtik $\alpha^4 = 3$
 - Leptokurtik $\alpha^4 > 3$
 - Platikurtik $\alpha^4 < 3$
- Koefisien kurtosis (data tidak dikelompokan)

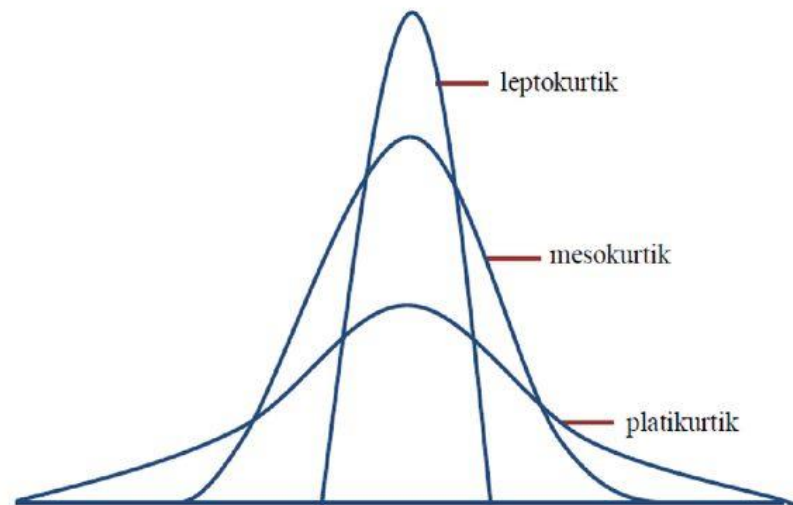
$$\alpha^4 = \frac{1/n \sum (x - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Nilai data

UKURAN
KERUNCINGAN

Keruncingan/Kurtosis

- Keruncingan atau kurtosis adalah tingkat kepuncakan dari sebuah distribusi



Hitunglah Keruncingannya!

- Berikut adalah 20 frekuensi saham pilihan BEJ Maret 2003

$$\alpha^4 = \frac{1/n \sum f.(x - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Kelas ke	Interval	Jmlh. Frekuensi
1	160-303	2
2	304-447	5
3	448-591	9
4	592-735	3
5	736-878	1

Penyelesaiannya

Titik tengah (X)	f	fX	$(X - \mu)$	$(X - \mu)^2$	$f(X - \mu)^2$	$(X - \mu)^4$	$f(X - \mu)^4$
231,5	2	463,0	-259,2	67.185	134.369	4.513.775.852	9.027.551.704
375,5	5	1.887,5	-115,2	13.271	66.355	176.120.503	880.602.513
519,5	9	4.675,5	28,8	829	7.465	687.971	6.191.736
663,5	3	1.990,5	172,8	29.860	89.580	891.610.045	2.674.830.134
807,0	1	807,5	316,3	100.046	100.046	10.009.140.088	10.009.140.088
Jmlh.		9.814			397.815		225.983.161.176

$$n=20 \quad \mu = \frac{\sum fX}{n} = \frac{9.814}{20} = 490,7$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(X - \mu)^2}{n-1}} = \frac{397.815}{19} = 144,7$$

Koefisien kurtosisnya :

$$\alpha^4 = \frac{1/n \sum f(X - \mu)^4}{\sigma^4} = \frac{1/20(225.983.161.176)}{1447^4} = 2,58$$



Kesimpulannya

┌
 $\alpha^4 < 3$ maka bentuk kurve platykurtik, sehingga data terdistribusi agak merata, dimana puncaknya termasuk rendah. Hal ini menunjukkan tidak adanya frekuensi pada suatu klas yang ekstrim.

TERIMA KASIH