DISTRIBUSI SAMPLING

EGI SAFITRI, S.MAT., M.SI

Menguji Proporsi: Uji Dua Pihak

Misal populasi berdistribusi binom dengan proporsi kejadian A = π. Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi itu dihitung proporsi sampel untuk kejadian sebesar ${}^{x}/_{n}$, akan diuji mengenai uji dua pihak:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi \neq \pi_0 \end{cases}$$

Dengan π_0 diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{{}^{x}/_{n} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/_{n}}}$$

H_0 diterima jika $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$ dengan $z_{1/2(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang ${}^{1}/_{2}(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 ditolak.

Contoh

Kita ingin menguji bahwa distribusi jenis kelamin laki-laki dan jenis kelamin perempuan adalah sama. Sebuah sampel acak terdiri atas 4.800 orang mengandung 2.458 laki-laki. Dalam taraf nyata 0,05, betulkah distribusi kedua jenis kelamin itu sama?

Jawab:

1. Menentukan hipotesis

   Jika π = peluang terdapat laki-laki, maka akan diuji pasangan hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = {}^1/_2 \\ H_1 : \pi \neq {}^1/_2 \end{cases}$$

2. Statistik uji: z

3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka $-z_{1/_2(1-\alpha)} < z < z_{1/_2(1-\alpha)} \leftrightarrow -1{,}96 < z < 1{,}96$
5. Menentukan nilai statistik: $z = \dfrac{{}^{2.458}/_{4.800} - 0{,}5}{\sqrt{{}^{(0{,}5)(0{,}5)}/_{4.800}}} = 1{,}68$
6. Kesimpulan $z_{\text{hit}} = 1{,}68$, ada dalam daerah penerimaan H_0. Dalam taraf nyata 0,05, H_0 diterima artinya peluang adanya laki-laki dan perempuan sama besar.

Menguji Proporsi:
Uji Satu Pihak

Misal populasi berdistribusi binom dengan proporsi kejadian A = π. Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi itu dihitung proporsi sampel untuk kejadian sebesar ${}^{x}/_{n}$, akan diuji mengenai uji satu pihak:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi > \pi_0 \end{cases}$$

Dengan π_0 diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{{}^{x}/_{n} - \pi_0}{\sqrt{{}^{\pi_0(1-\pi_0)}/_{n}}}$$

H_0 ditolak jika $z \geq z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $(0,5 - \alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 diterima.

Uji pihak kiri:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi < \pi_0 \end{cases}$$

Dengan π_0 diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}}$$

H_0 ditolak jika $z \leq -z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $(0,5 - \alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 diterima.

Contoh

Seorang pejabat mengatakan bahwa paling banyak 60% anggota masyarakat termasuk golongan A. Sebuah sampel acak telah diambil yang terdiri atas 8.500 orang dan ternyata 5.426 termasuk golongan A. Apabila $\alpha = 0{,}01$, benarkah pernyataan tersebut?

Jawab:

1. Menentukan Hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = 0{,}6 \\ H_1 : \pi > 0{,}6 \end{cases}$$

2. Uji statistik : z
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}01$, maka $z \geq z_{0,5-\alpha} \leftrightarrow z \geq 2{,}33$
5. Nilai statistik: $z = \dfrac{5.426/8.500 - 0{,}6}{\sqrt{(0{,}6)(0{,}4)/8.500}} = 2{,}79$
6. Kesimpulan $z_{\text{hit}} = 2{,}79$, ada dalam daerah penolakan H_0. Dalam taraf nyata 0,01, H_0 ditolak artinya persentase anggota masyarakat golongan A sudah melampaui 60%.

Menguji Varians:
Uji Dua Pihak

Misal populasi berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2. Akan diuji mengenai parameter rata-rata μ. Diambil sampel acak berukuran n, lalu nilai statistik berupa rata-rata $\bar{x}$ dan varians s^2. Pengujian hipotesis:

1. **Uji Dua Pihak**

   Pasangan hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

   Untuk menguji hipotesis ini digunakan statistik chi-kuadrat:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

   Jika dalam pengujian dipakai taraf nyata α, maka kriteria pengujian adalah: terima H_0 jika $\chi^2_{1/2\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-1/2\alpha}$ dimana $\chi^2_{1/2\alpha}$ dan $\chi^2_{1-1/2\alpha}$ didapat dari daftar distribusi chi-kuadrat dengan dk = (n – 1) dan masing-masing dengan peluang $1/2\,\alpha$ dan $1 - 1/2\,\alpha$. Dalam hal lainnya H_0 ditolak.

Contoh

Pengusaha lampu pijar A mengatakan bahwa lampunya bisa tahan pakai sekitar 800 jam. Akhir-akhir ini timbul dugaan bahwa masa pakai lampu telah berubah. Untuk menentukan hal ini, dilakukan penelitian dengan jalan menguji 50 lampu didapat s = 55. Ternyata rata-ratanya 792 jam. Dari pengalaman, diketahui bahwa simpangan baku masa hidup lampu 60 jam. Jika masa hidup lampu berdistribusi normal, benarkah $\sigma = 60$ jam dalam taraf nyata $\alpha = 0{,}05$?

Jawab:

1. Menentukan Hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 3600 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 3600 \end{cases}$$

2. Uji statistik : chi-kuadrat
3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata: $\alpha = 0{,}05$, maka $\chi^2_{1/2\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-1/2\alpha} \leftrightarrow 31{,}6 < \chi^2 < 70{,}19$
5. Nilai statistik: $\chi^2 = \frac{(50-1)(3.025)}{3600} = 41{,}174$
6. Kesimpulan $\chi^2_{\text{hit}} = 41{,}174$ ada dalam daerah penerimaan H_0. Dalam taraf nyata 0,05, H_0 diterima artinya $\sigma^2 = 3600$ jam.

Menguji Varians:
Uji Satu Pihak

Dalam kenyataan sangat sering dikehendaki adanya varians yang berharga kecil. Untuk ini pengujian diperlukan dan akan merupakan uji pihak kanan:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

Kriteria pengujian: H_0 ditolak jika $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}$ dengan $\chi^2_{1-\alpha}$ didapat dari daftar chi-kuadrat dengan dk = n − 1dan peluang $(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 diterima. Jika hipotesis 0 dan tandingannya menyebabkan uji pihak kiri, yakni pasangan:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

Maka hal yang sebaliknya akan terjadi mengenai kriteria pengujian, yaitu tolak H_0 jika $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}$, dimana χ^2_{α} didapat dari daftar chi-kuadrat dengan $dk = (n-1)$ dan peluang α.

Contoh

Proses pengisian semacam minuman ke dalam botol oleh mesin, paling tinggi mencapai varians 0,50 cc. Akhirn-akhir ini ada dugaan bahwa isi botol telah mempunyai variabilitas yang lebih besar. Diteliti 20 buah botol dan isinya ditakar. Ternyata sampel ini menghasilkan simpangan baku 0,90 cc. Dengan $\alpha = 0{,}05$, diperlukan mesin distel?

Jawab:

1. Menentukan Hipotesis:
$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 0{,}5 \\ H_1 : \sigma^2 > 0{,}5 \end{cases}$$
2. Uji statistik : chi kuadrat
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka dengan dk = 19 dan peluang 0,95 diperoleh $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha} \leftrightarrow \chi^2 \geq 30{,}1$
5. Nilai statistik: $\chi^2 = \frac{(20-1)(0{,}81)}{0{,}5} = 30{,}78$
6. Kesimpulan $\chi^2_{\text{hit}} = 30{,}78$ ada dalam daerah penolakan H_0. Maka H_0 ditolak artinya variasi isi botol telah menjadi lebih besar, sehingga dianjurkan untuk menyetel kembali mesin agar pengisian lebih merata.