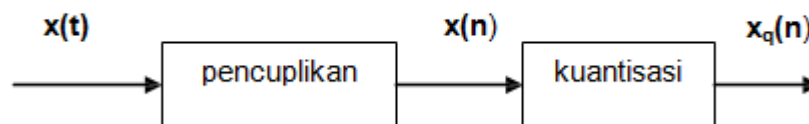


## PERTEMUAN 9-10

### PENCUPLIKAN DAN KUANTISASI

Sebagian besar sinyal-sinyal di alam adalah sinyal analog. Untuk memproses sinyal analog dengan sistem digital, perlu dilakukan proses perubahan sinyal analog menjadi sinyal digital. Prosedur ini dinamakan konversi analog ke digital, dan alatnya disebut ADC (*Analog to Digital Converter*). Secara konsep, perubahan sinyal analog ke sinyal digital paling tidak terdiri dari dua tahap:

1. **Pencuplikan (*sampling*)**, yaitu perubahan sinyal waktu kontinyu menjadi sinyal waktu diskrit yang diperoleh dengan mengambil cuplikan sinyal secara periodik, dengan periode cuplik  $T$ .
2. **Kuantisasi (*quantization*)**, yaitu perubahan sinyal dari sinyal waktu diskrit nilai kontinyu menjadi sinyal digital (waktu diskrit bernilai diskrit).



**Gambar 1. Diagram blok proses digitalisasi**

#### Keterangan:

$x(t)$  = sinyal analog

$x(n) = x(nT)$  = sinyal waktu diskrit, dengan  $-\infty < n < \infty$

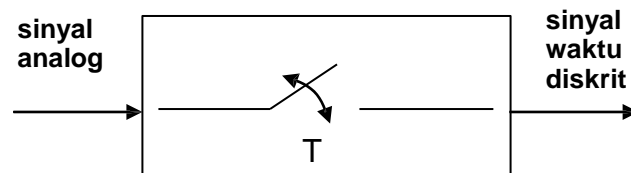
dimana  $n$  adalah bilangan bulat dan  $T$  adalah periode pencuplikan dalam detik

$x_q(n)$  = sinyal waktu diskrit terkuantisasi = sinyal digital

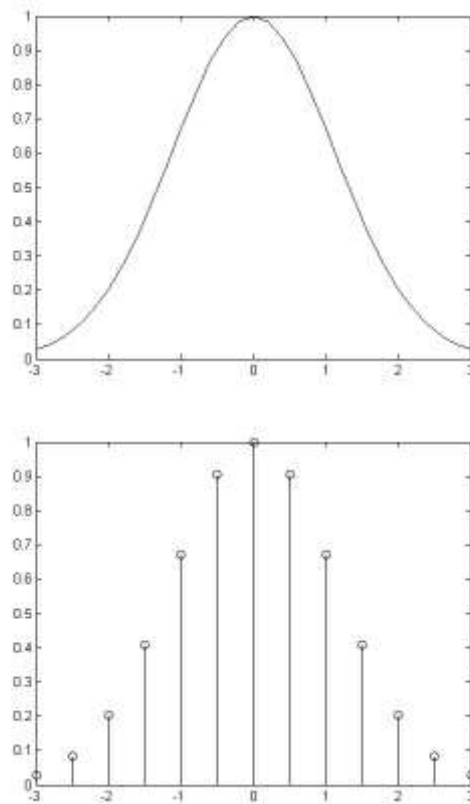
Sebenarnya masih ada tahapan lagi setelah kuantisasi, yaitu tahapan pengkodean (*coding*). Tahapan ini bertujuan untuk mengubah nilai sinyal hasil kuantisasi menjadi kode-kode tertentu, seperti *sign-magnitude*, *one's complement* dan *two's complement*. Akan tetapi dalam pembahasan di buku ini hal tersebut tidak dibahas. Bahkan pembahasan tentang kuantisasi hanya dilakukan pada bab ini. Bab-bab selanjutnya hanya membahas sinyal hasil pencuplikan atau sinyal waktu diskrit.

### A. Pencuplikan Sinyal Analog

Proses pencuplikan sinyal analog pada prinsipnya adalah pengambilan sinyal analog secara periodik, dengan periode tertentu. Periode pencuplikan ini dipilih sedemikian rupa, sehingga sinyal analog di antara dua pencuplikan memang tidak ada, atau dianggap tidak penting.



**Gambar 2. Ilustrasi proses pencuplikan sinyal**



**Gambar 3. Contoh sinyal sebelum pencuplikan (atas), dan sinyal sesudah pencuplikan (bawah)**

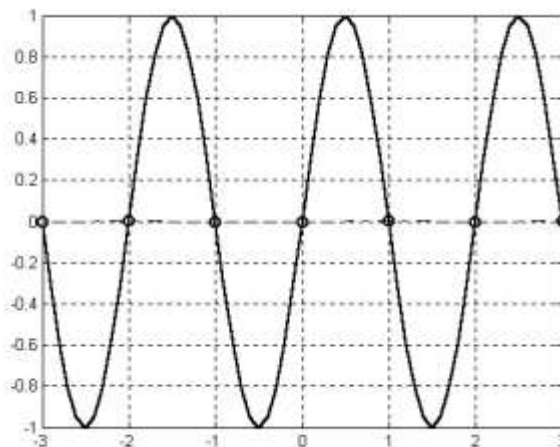
## B. Kriteria Pencuplikan

Untuk mendapatkan sinyal waktu diskrit dari sinyal analog tertentu, yang dapat dikembalikan ke sinyal analog lagi tanpa ada perubahan frekuensi sinyal, maka frekuensi pencuplikan  $F_s$  harus memenuhi **Kriteria Nyquist**:

$$F_s = 2F_{\max}$$

dengan  $F_{\max}$  *adalah frekuensi tertinggi* yang ada pada sinyal analog.  $F_s = 2F_{\max}$  disebut sebagai **frekuensi Nyquist**.

Dalam penerapan, dianjurkan agar frekuensi pencuplikan selalu lebih dari dua kali frekuensi maksimum. Hal ini karena untuk sinyal sinus,  $F_s = 2F_{\max}$ , akan menghasilkan sinyal yang bernilai selalu nol. Perhatikan gambar di bawah ini:



**Gambar 4. Contoh sinyal analog (garis) dan hasil pencuplikannya (bulatan kecil)**

Sinyal di atas adalah sinus dengan frekuensi 0,5 Hz, dan dicuplik pada frekuensi 1 Hz, yaitu pada tanda bulatan kecil. Ternyata frekuensi pencuplikan tepat dua kali dari frekuensi sinyal, menghasilkan informasi yang keliru.

**Contoh 1 :**

Perhatikan sinyal analog berikut:

$$x(t) = 3 \cos 200 t + 5 \sin 600 t + 7 \cos 1200 t$$

- a) Berapa frekuensi Nyquist untuk sinyal analog di atas ?
- b) Bila dipakai frekuensi pencuplikan 500 Hz, bagaimana sinyal waktu diskrit yang diperoleh?

**Penyelesaian :**

Sinyal analog tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$X(T) = 3 \cos 2(100)T + 5 \sin 2(300)T + 7 \cos 2(600)t$$

- (i) Frekuensi yang ada dalam sinyal analog adalah:  $f_1 = 100$  Hz,  $f_2 = 300$  Hz dan  $f_3 = 600$  Hz.

Jadi frekuensi maksimum untuk sinyal analog diatas adalah 600 Hz, dan **frekuensi Nyquist adalah  $2 \times 600 \text{ Hz} = 1200 \text{ Hz}$ .**

- (ii) Bila dipakai frekuensi pencuplikan 500 Hz, maka sinyal waktu diskrit yang diperoleh adalah:

$$x(n) = x(nT) = x(n/F_s)$$

$$x(n) = 3 \cos 2(100/500)n + 5 \sin 2(300/500)n + 7 \cos 2(600/500)n$$

$$x(n) = 3 \cos 2(1/5)n + 5 \sin 2(3/5)n + 7 \cos 2(6/5)n$$

Menurut kriteria Nyquist, frekuensi sampling harus lebih besar dari atau sama dengan dua kali frekuensi sinyal. Dengan kata lain frekuensi sinyal digital, yaitu yang terdapat dalam tanda kurung, harus bernilai di antara -0,5 sampai dengan 0,5. Nilai yang berada di luar jangkau tersebut, harus disesuaikan, sehingga didapat:

$$x(n) = 3 \cos 2(1/5)n + 5 \sin 2(1 - 2/5)n + 7 \cos 2(1 + 1/5)n$$

$$x(n) = 3 \cos 2(1/5)n + 5 \sin 2(-2/5)n + 7 \cos 2(1/5)n$$

*dan dengan mengingat bahwa sinyal yang frekuensinya sama dapat dijumlahkan, maka :*

$$\rightarrow 3 \cos 2(1/5)n + 7 \cos 2(1/5)n = 10 \cos 2(1/5)n$$

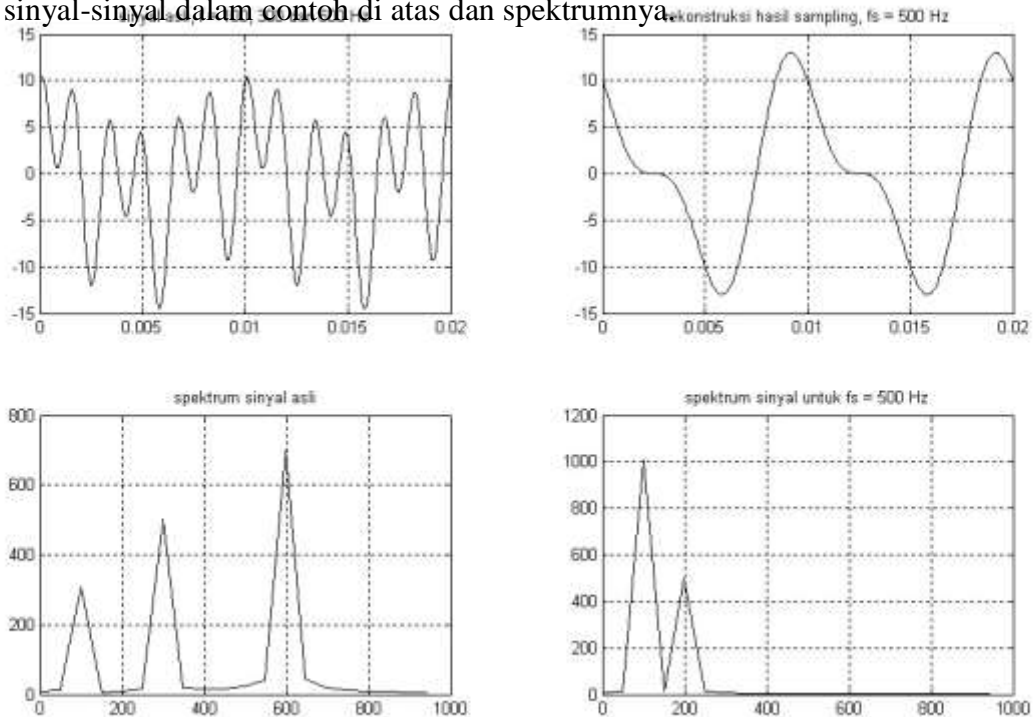
ingat bahwa :

$$\sin 2(-2/5)n = - \sin 2(2/5)n, \text{ sehingga } \rightarrow x(n) = 10 \cos 2(1/5)n - 5 \sin 2(2/5)n$$

Terlihat disini bahwa sinyal hasil pencuplikan berbeda dengan sinyal aslinya, yaitu bila dikembalikan ke sinyal analog – dengan cara mengalikan frekuensi diskrit dengan frekuensi sampling – menjadi :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x(t)} &= \mathbf{10 \cos 2(1/5)(500)t - 5 \sin 2(2/5)(500)t} \\
 &= \mathbf{10 \cos 2(100)t - 5 \sin 2(200)t}
 \end{aligned}$$

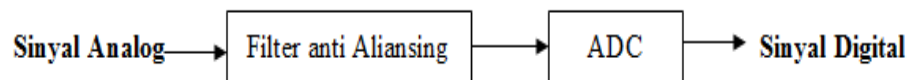
atau dengan kata lain dua buah frekuensi sinyal hilang (300 Hz dan 600 Hz), dan muncul satu frekuensi baru (200 Hz), sebagai akibat dari pengalihan (*aliasing*). Berikut ini gambar yang menjelaskan gambar sinyal-sinyal dalam contoh di atas dan spektrumnya.



**Gambar 5. Ilustrasi Contoh 1**

Untuk keperluan riil, sebelum melakukan pencuplikan biasanya sinyal analog difilter dengan filter *anti aliasing*. Filter ini berupa filter analog tipe *lowpass*. Kegunaan filter ini adalah untuk memastikan bahwa sinyal yang akan dicuplik sudah tidak tercampuri oleh derau (*noise*) frekuensi tinggi yang akan sangat mengganggu hasil pencuplikan.

Frekuensi *cut-off* untuk filter *anti aliasing* ini dipilih sebesar frekuensi tertinggi yang ada dalam sinyal yang akan dicuplik.



**Gambar 6. Penempatan Filter anti Aliasing**

### C. Kuantisasi

Kuantisasi adalah proses untuk mengubah sinyal waktu diskrit nilai kontinyu menjadi sinyal digital, yaitu dengan menyatakan nilai tiap pencuplikan sebagai sejumlah level nilai yang terhingga, atau dengan kata lain, menyatakan sinyal yang mempunyai nilai kontinyu dengan suatu himpunan terhingga nilai diskrit. Akibat dari hal ini, akan timbul suatu galat (*error*) yang disebut galat kuantisasi (*quantization error*) atau derau kuantisasi (*quantization noise*). Jika kuantisasi dari sinyal diskrit dinyatakan dalam fungsi  $x(n)$  sebagai  $Q[x(n)]$ , dan  $x_q(n)$  adalah sinyal hasil kuantisasi, maka :

$$x_q(n) = Q[x(n)]$$

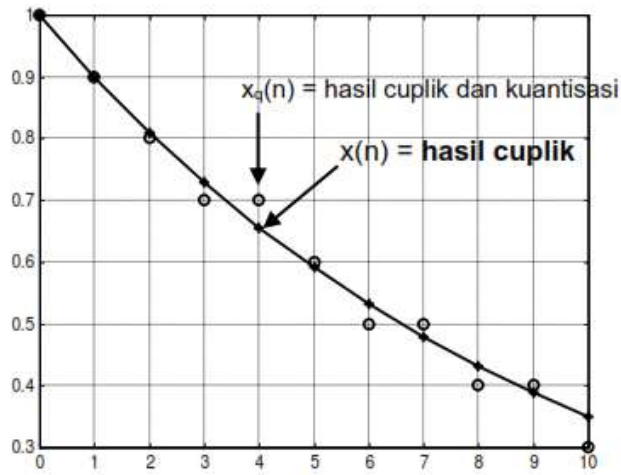
Adapun jika **galat kuantisasi adalah  $e_q(n)$** , didefinisikan sebagai selisih antara nilai hasil kuantisasi dengan nilai asalnya, maka:

$$e_q(n) = x_q(n) - x(n)$$

Untuk menggambarkan proses kuantisasi sinyal, berikut ini suatu ilustrasi. Suatu sinyal diskrit yang dinyatakan dengan:

$$x(n) = \begin{cases} 0,9^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

Diperoleh dengan mencuplik sinyal analognya pada frekuensi 1 Hz



Gambar 2.7. Sinyal waktu diskrit  $x(n)$  dan hasil kuantisasinya  $x_q(n)$

Tabel 2.1. Contoh sinyal waktu diskrit dan hasil kuantisasinya

No	$x(n)$ sinyal waktu	$x_q(n)$ pembulata	$e_q(n) =$ $x_q(n) - x(n)$
0	1	1	0.0
1	0.9	0.9	0.0
2	0.81	0.8	-0.01
3	0.729	0.7	-0.029
4	0.6561	0.7	0.0439
5	0.59049	0.6	0.00951
6	0.53144	0.5	-0.031441
7	0.4782969	0.5	0.0217031
8	0.43046721	0.4	-0.03046721
9	0.387420489	0.4	0.012579511
10	0.3486784401	0.3	-0.0486784401

Nilai-nilai yang mungkin ada dalam sinyal digital disebut level kuantisasi, di mana atau jarak antara dua level kuantisasi yang berurutan disebut ukuran langkah kuantisasi (*quantization step size*) atau resolusi (*resolution*). Dalam pembulatan, galat kuantisasi dibatasi oleh :

$$-\frac{\Delta}{2} \leq e_q(n) \leq \frac{\Delta}{2}$$

atau dengan kata lain, galat kuantisasi tidak akan melebihi setengah dari ukuran langkah kuantisasi. Jika  $x_{\max}$  dan  $x_{\min}$  menyatakan nilai minimum dan **nilai maksimum dari  $x(n)$** , serta  **$L$  adalah jumlah level kuantisasi**, maka:

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{L - 1}$$

Dalam contoh di atas,  $x_{\max} = 1$ ,  $x_{\min} = 0$ ,  $L = 11$ , **sehingga  $\Delta = 0,1$** . Perlu dicatat bahwa, jika jangkauan dinamik (yaitu  $x_{\max} - x_{\min}$ ) adalah tetap, dan jumlah level kuantisasi meningkat, berarti ukuran langkah kuantisasi menurun, sehingga galat kuantisasi menurun.

Ukuran kualitas dari output ADC (*Analog to Digital Converter*) biasanya diukur dengan SQNR (*Signal-to-Quantization Noise Ratio*), yang menyatakan perbandingan antara daya sinyal dan daya derau (*noise*):

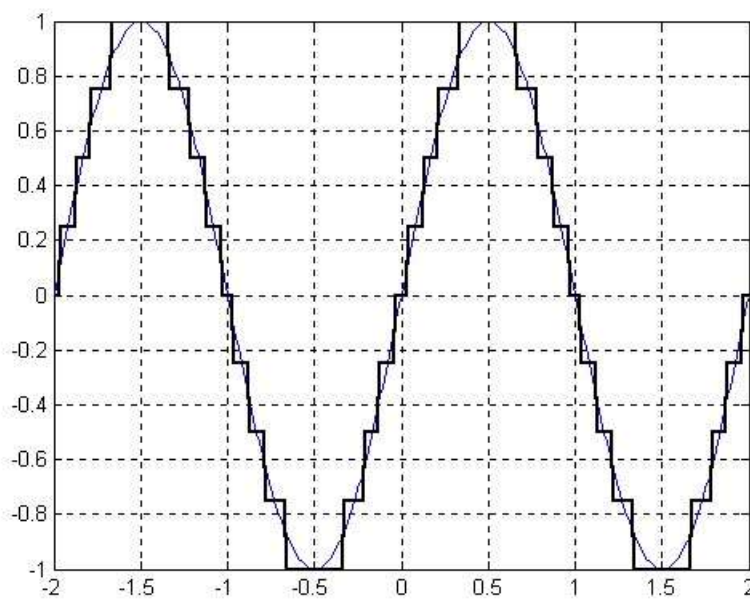
$$\text{SQNR} = \frac{P_x}{P_q} = \frac{3}{2} 2^{2b}$$

dimana  $P_x$  adalah daya rerata sinyal analog,  $P_q$  adalah daya rerata galat kuantisasi, dan  $b$  adalah jumlah bit yang digunakan. Dan bila dinyatakan dalam desibel (dB):

$$\begin{aligned} \text{SQNR (dB)} &= 10 \log_{10} \text{SQNR} \\ &= 1,76 + 6,02 b \end{aligned}$$

yang berarti bahwa SQNR meningkat sekitar 6 dB untuk setiap bit yang ditambahkan.

Perlu diketahui bahwa SQNR ini asalnya adalah untuk sinyal sinus, akan tetapi secara umum dapat dipakai pula untuk sinyal-sinyal lain, dimana jangkauan dinamiknya masih sesuai. Penjelasan ini penting, karena akan menentukan berapa jumlah bit yang diperlukan untuk suatu aplikasi tertentu sehingga dapat menghasilkan suatu nilai SQNR.



**Gambar 8. Contoh sinyal sinus dan hasil kuantisasinya**

**TUGAS**

1. Perhatikan sinyal analog berikut:  
$$x_a(t) = 3 \sin 200 t + 5 \cos 600 t + 7 \sin 1200 t \text{ a.}$$

Berapa frekuensi Nyquist untuk sinyal di atas ?

  - b. Bila dipakai frekuensi pencuplikan 600 Hz, bagaimana sinyal waktu diskrit yang diperoleh?
  - c. Apakah pada (b) terjadi *aliasing*?
2. Suatu peranti melakukan pencuplikan dengan menggunakan frekuensi cuplik 44,1 kHz. dan 12 bit, berapa nilai SQNR- nya?