

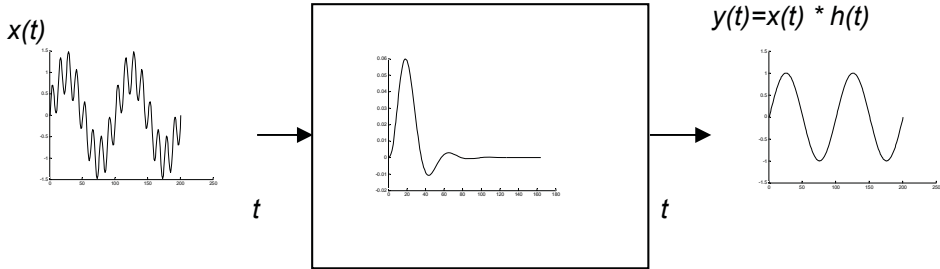
10

Konsep Filter

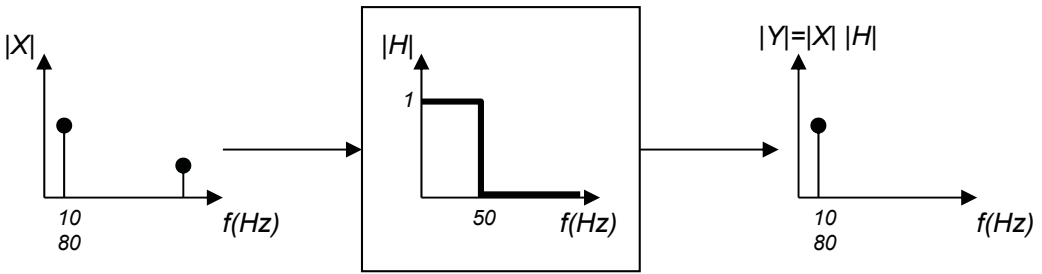
Bab 8 telah memberikan penjelasan tentang sistem diskrit. Sistem diskrit dapat dinyatakan dalam dua bentuk yaitu dalam format *impulse response*, $h(n)$, dan dalam format *transfer function*, $H(z)$. Pada bab ini kita akan belajar cara mendesain suatu sistem diskrit yaitu menemukan nilai dari $h(n)$ atau $H(z)$. Karena sistem diskrit yang umum ditemukan dalam pemrosesan sinyal adalah filter digital maka sistem diskrit yang akan didesain adalah filter digital. Bab ini akan memulainya dengan mempelajari konsep dasar dari filter.

Definisi umum dari filter adalah sistem yang secara selektif melakukan modifikasi pada sinyal input baik berupa modifikasi bentuk, amplitudo, dan fase. Filter pada umumnya digunakan untuk meningkatkan kualitas dari sinyal input.

Secara sederhana, filter dapat diartikan sebagai suatu sistem yang berfungsi untuk menyaring sinyal yang masuk. Suatu filter menentukan komponen sinusoidal mana saja dari sinyal input tersebut yang dapat diteruskan ke output.



Gambar 10.1
Filter dalam domain waktu



Gambar 10.2
Filter dalam domain frekuensi

Filter dapat digambarkan dalam domain waktu atau dalam domain frekuensi. Gambar 10.1 menunjukkan sebuah filter yang ditampilkan dalam domain waktu. Input dari filter ini, $x(t)$, memiliki dua komponen sinusoidal. Setelah difilter, maka outputnya hanya memiliki satu komponen sinusoidal. Sinyal output, $y(t)$, merupakan konvolusi dari sinyal input, $x(t)$, dan *impulse response*, $h(t)$.

Filter merupakan penyaring komponen sinusoidal sehingga proses filter akan lebih mudah dipahami jika filter digambarkan dalam domain frekuensi. Gambar 10.2 menunjukkan suatu filter $H(j\omega)$ dengan respon frekuensi $|H|$.

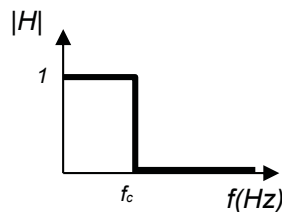
Input pada filter tersebut adalah sinyal $X(j\omega)$ yang memiliki dua komponen sinusoidal pada 10 Hz dan 80 Hz . Output, $Y(j\omega)$, merupakan hasil perkalian antara input dan filter, yaitu $|Y| = |X| |H|$. Karena respon frekuensi dari filter tersebut bernilai 1 untuk 0 Hz sampai 50 Hz dan bernilai nol untuk frekuensi lebih besar dari 50 Hz , maka filter tersebut hanya melewatkan satu komponen sinusoidal yaitu pada 10 Hz .

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa akan dapat menjelaskan tentang konsep filter, mengidentifikasi jenis, orde dan parameter filter, serta dapat menjelaskan pengaruh pergeseran fase pada suatu proses filter.

10.1 Jenis Filter

Filter dapat diklasifikasi berdasarkan range frekuensi yang disaring atau diteruskan. Secara umum kita mengenal beberapa jenis filter yaitu:

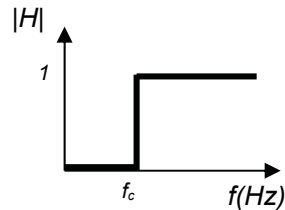
- **Lowpass Filter (LPF)** adalah filter yang hanya meneruskan komponen sinusoidal dari sinyal input yang berfrekuensi rendah ($< f_c$). Filter ini akan menghentikan komponen sinusoidal berfrekuensi tinggi ($> f_c$). Gambar 10.3 menunjukkan respon frekuensi dari LPF.



Gambar 10.3
Respon Frekuensi dari LPF

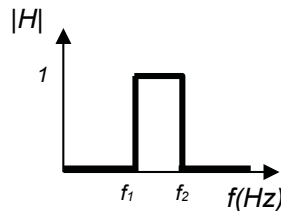
- **Highpass Filter (HPF)** adalah filter yang hanya meneruskan komponen sinusoidal dari sinyal input yang berfrekuensi tinggi ($> f_c$). Filter ini akan menghentikan

komponen sinusoidal berfrekuensi rendah ($< f_c$). Gambar 10.4 menunjukkan respon frekuensi dari HPF.



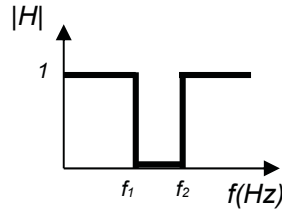
Gambar 10.4
Respon Frekuensi dari HPF

- **Bandpass Filter (BPF)** adalah filter yang hanya meneruskan komponen sinusoidal dari sinyal input yang frekuensinya terletak pada range tertentu ($f_1 < f < f_2$). Filter ini akan menghentikan komponen sinusoidal yang berada di luar range frekuensi tersebut ($f < f_1$ atau $f > f_2$). Gambar 10.5 menunjukkan respon frekuensi dari BPF.



Gambar 10.5
Respon Frekuensi dari BPF

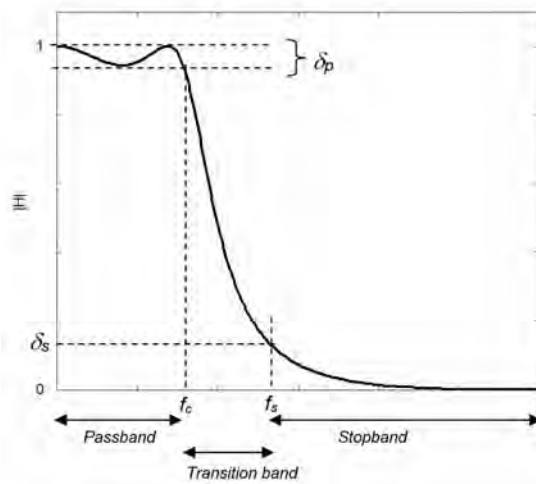
- **Bandstop Filter (BSF)** adalah filter yang hanya tidak meneruskan komponen sinusoidal dari sinyal input yang frekuensinya terletak pada range tertentu ($f_1 < f < f_2$). Filter ini akan meneruskan komponen sinusoidal yang berada di luar range frekuensi tersebut ($f < f_1$ atau $f > f_2$). Gambar 10.6 menunjukkan respon frekuensi dari BSF.



Gambar 10.6
Respon Frekuensi dari BSF

10.2 Parameter Filter

Respon frekuensi dari filter-filter yang ditunjukkan pada Gambar 10.3 sampai 10.6 adalah respon frekuensi yang ideal. Secara praktis, respon frekuensi dari filter memiliki bentuk yang tidak persis sama dengan respon frekuensi ideal. Selain parameter standar dari suatu filter yaitu frekuensi cut-off (f_c atau f_1 dan f_2), kita masih membutuhkan beberapa parameter lain yang menunjukkan kedekatan respon frekuensi dari suatu filter ke respon frekuensi ideal. Gambar 10.7 menunjukkan respon frekuensi dari suatu filter LPF.

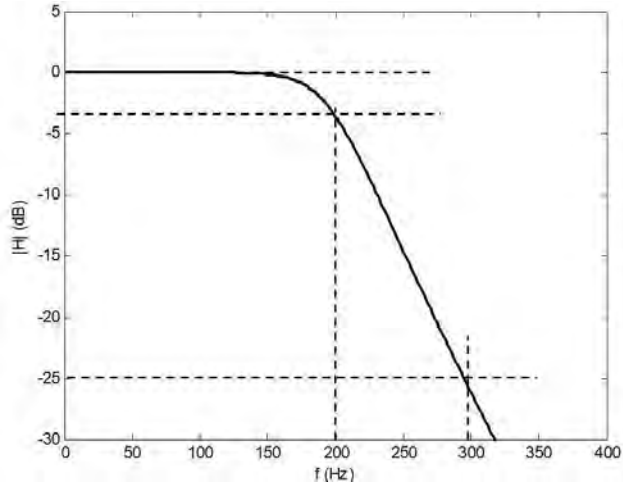


Gambar 10.7
Parameter pada respon frekuensi LPF

Parameter-parameter penting dari suatu LPF:

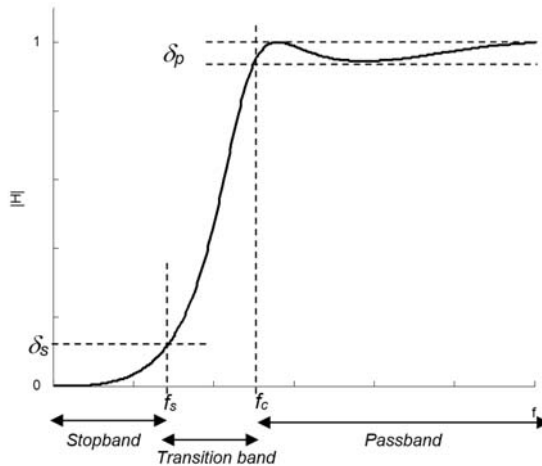
- **Passband** adalah daerah frekuensi yang akan diteruskan oleh filter.
- **Stopband** adalah daerah frekuensi yang tidak akan diteruskan oleh filter. Komponen sinusoidal pada daerah ini tidak benar-benar disaring oleh filter melainkan telah sangat dilemahkan dengan pelemahan lebih besar atau sama dengan δ_s .
- **Transition band** adalah lebar daerah frekuensi maksimum yang ditoleransi sebagai daerah transisi dari *passband* ke *stopband*. Komponen sinusoidal pada daerah ini masih dilewatkan oleh filter tetapi sudah mengalami sedikit pelemahan.
- **Frekuensi cut-off (f_c)** adalah frekuensi yang menentukan batas komponen sinusoidal yang dapat diteruskan oleh filter tersebut. Parameter ini juga dikenal sebagai frekuensi *passband edge* (f_p).
- **Frekuensi stopband edge (f_s)** adalah frekuensi yang menentukan batas komponen sinusoidal yang dapat dianggap tidak diteruskan oleh filter tersebut.
- **Passband ripple (δ_p)** adalah *ripple* yang masih dapat ditoleransikan pada daerah passband. Passband ripple ini biasanya dinyatakan dalam bentuk desibel (dB).
- **Stopband attenuation (δ_s)** adalah pelemahan minimum untuk komponen sinusoidal yang ada di wilayah stopband. *Stopband attenuation* ini biasanya dinyatakan dalam bentuk desibel (dB).

Gambar 10.8 menunjukkan contoh suatu filter LPF dengan $\delta_p = 3 \text{ dB}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$, $f_s = 300 \text{ Hz}$, dan $\delta_s = -25 \text{ dB}$.



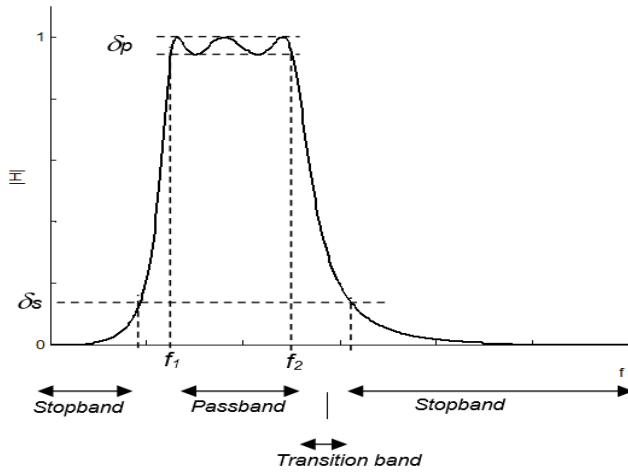
Gambar 10.8
Contoh respon frekuensi LPF

Parameter yang sama juga berlaku pada filter HPF seperti ditunjukkan pada Gambar 10.9.

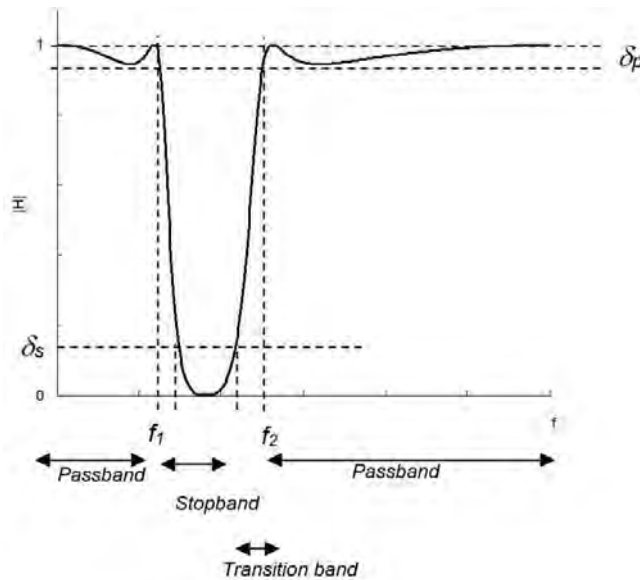


Gambar 10.9
Parameter pada respon frekuensi HPF

Parameter untuk filter BPF dan BSF ditunjukkan pada Gambar 10.10. dan 10.11.



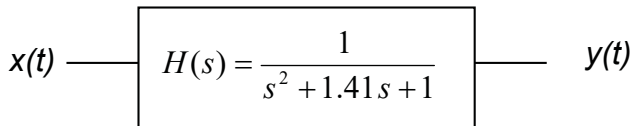
Gambar 10.10
Parameter pada respon frekuensi BPF



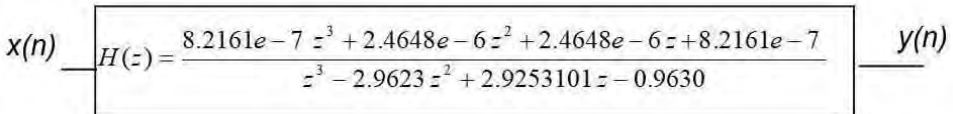
Gambar 10.11
Parameter pada respon frekuensi BSF

10.3 Orde dari Filter

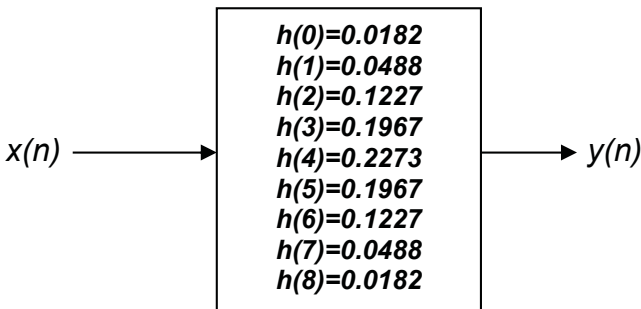
Orde dari filter ditentukan oleh banyaknya koefisien dalam persamaan *transfer function*-nya. Jika suatu filter analog dinyatakan dalam bentuk $H(s)$, maka orde dari filter tersebut adalah pangkat tertinggi dari s pada persamaan $H(s)$. Jika suatu filter digital dinyatakan dalam bentuk *transfer function*, $H(z)$, maka orde dari filter itu adalah pangkat tertinggi dari z . Suatu filter digital yang dinyatakan dalam bentuk *impulse response* memiliki orde sebesar $N-1$, dimana N adalah panjang dari $h(n)$. Filter pada Gambar 10.12 menunjukkan contoh filter dengan berbagai orde.



a)



b)

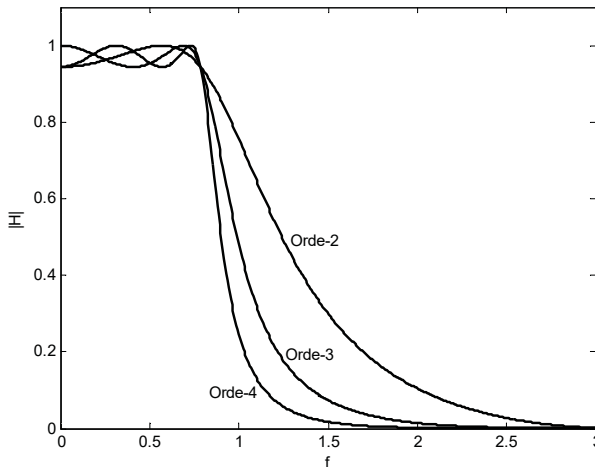


c)

Gambar 10.12

a) Filter analog orde-2, b) Filter digital orde-3, c) Filter digital orde-8

Orde dari filter menentukan kemiripan respon frekuensi suatu filter dengan respon ideal. Semakin tinggi orde suatu filter, semakin sempit pula *transition band*-nya. Filter yang baik memiliki transition band yang sempit seperti ditunjukkan pada Gambar 10.13. Di sisi lain, semakin tinggi orde dari suatu filter, semakin kompleks persamaan *transfer function*-nya, yang akan berakibat pada rumitnya proses implementasi dari filter tersebut.



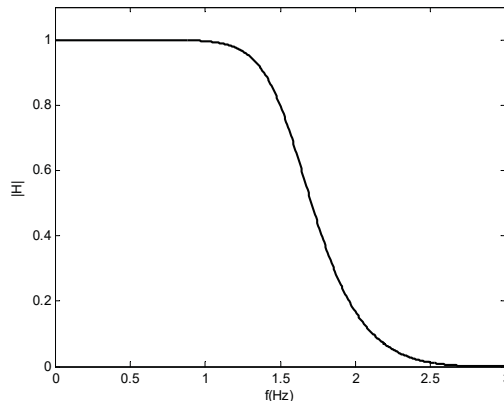
Gambar 10.13
Respon frekuensi filter LPF orde-2, orde-3, dan orde-4

10.4 Filter Analog

Filter dapat diimplementasikan berupa filter analog atau filter digital. Filter analog menggunakan komponen elektronika seperti resistor, kapasitor, dan induktor. Teori tentang filter pertama-tama dikembangkan pada filter analog sehingga untuk dapat memahami konsep lengkap dari filter digital, diperlukan pemahaman karakteristik filter analog. Filter analog dapat dibedakan atas beberapa tipe berdasarkan karakteristik dari parameter-parameternya.

1. Filter Butterworth

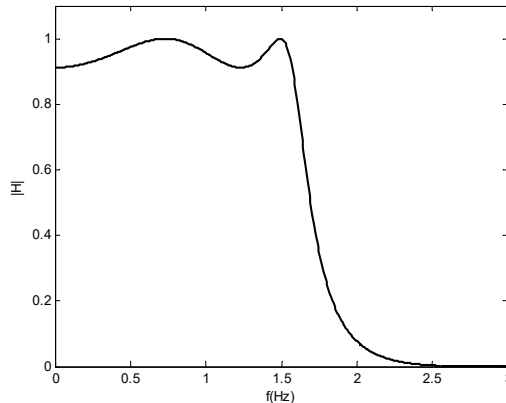
Filter Butterworth diperkenalkan oleh seorang ilmuwan Inggris bernama Stephen Butterworth pada 1930. Filter Butterworth memiliki *passband* yang rata (*flat passband*) sehingga filter ini melakukan penguatan yang sama terhadap hampir semua komponen sinusoidal pada daerah *passband*. Kelemahan dari filter ini adalah memiliki kemiringan di daerah transition band yang sangat landai sehingga diperlukan orde yang sangat tinggi untuk mempersempit *transition band*. Gambar 10.14 menunjukkan respon frekuensi dari suatu filter LPF Butterworth.



Gambar 10.14
Filter LPF Butterworth orde-4

2. Filter Chebyshev Tipe I

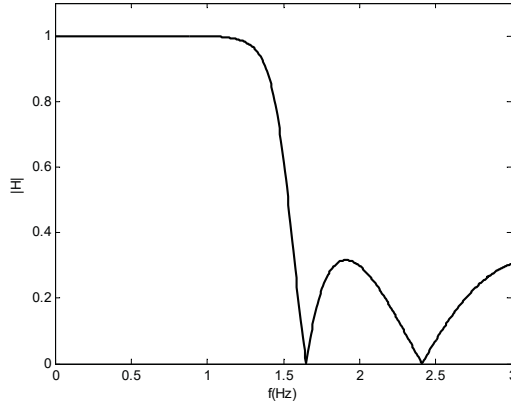
Filter Chebyshev Tipe I diturunkan dari persamaan polinomial yang diperkenalkan oleh Pafnuty Chebyshev. Filter Chebyshev Tipe I ini memiliki *ripple* pada daerah *passband* sehingga filter ini melakukan penguatan yang tidak sama terhadap komponen sinusoidal pada daerah *passband*. Kelebihan filter ini adalah memiliki kemiringan di daerah transition band yang lebih curam sehingga dapat memiliki transition band yang sempit pada orde kecil. Gambar 10.15 menunjukkan respon frekuensi dari suatu filter LPF Chebyshev Tipe I.



Gambar 10.15
Filter LPF Chebyshev Tipe I orde-4

3. Filter Chebyshev Tipe II

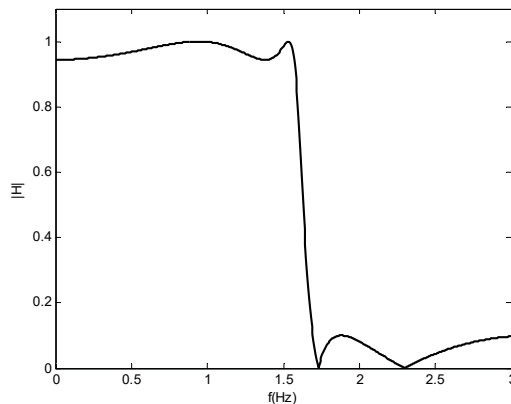
Filter Chebyshev Tipe II diturunkan dari persamaan inverse polinomial Chebyshev. Filter Chebyshev Tipe II bertujuan untuk membuat filter dengan karakteristik transition band yang sama curam dengan Chebyshev Tipe I, tetapi memiliki passband yang rata. Sebagai konsekuensinya, filter ini memiliki *ripple* pada daerah stopband sehingga pelemahan pada daerah stopband δ_s tidak cukup baik untuk memfilter komponen sinusoidal yang tidak ingin dilewatkan. Gambar 10.16 menunjukkan respon frekuensi dari suatu filter LPF Chebyshev Tipe II.



Gambar 10.16
Filter LPF Chebyshev Tipe II orde-4

4. Filter Elliptic

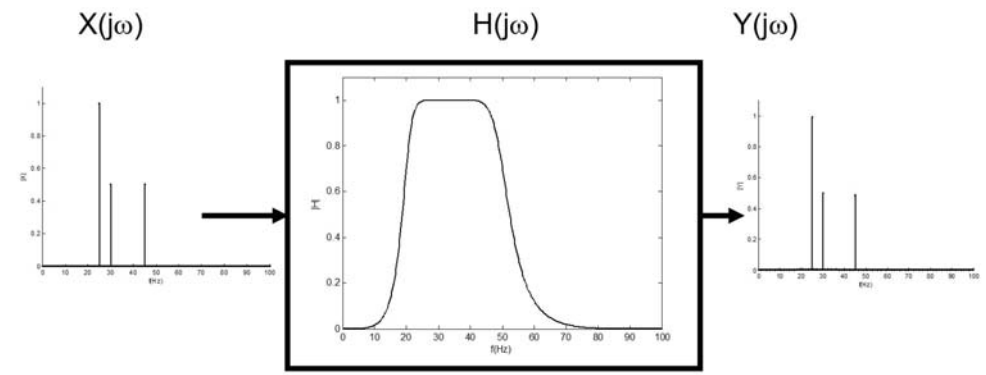
Filter Elliptic juga dikenal dengan nama filter Cauer merupakan filter yang dengan transition band yang curam tetapi memiliki ripple pada passband dan stopband. Besarnya ripple ini ditentukan pada saat filter ini dirancang. Jika ripple pada passband dibuat kecil maka ripple pada stopband akan besar, demikian sebaliknya. Gambar 10.17 menunjukkan respon frekuensi dari suatu filter LPF Elliptic.



Gambar 10.17
Filter LPF Elliptic orde-4

10.5 Pergeseran Fase pada Filter

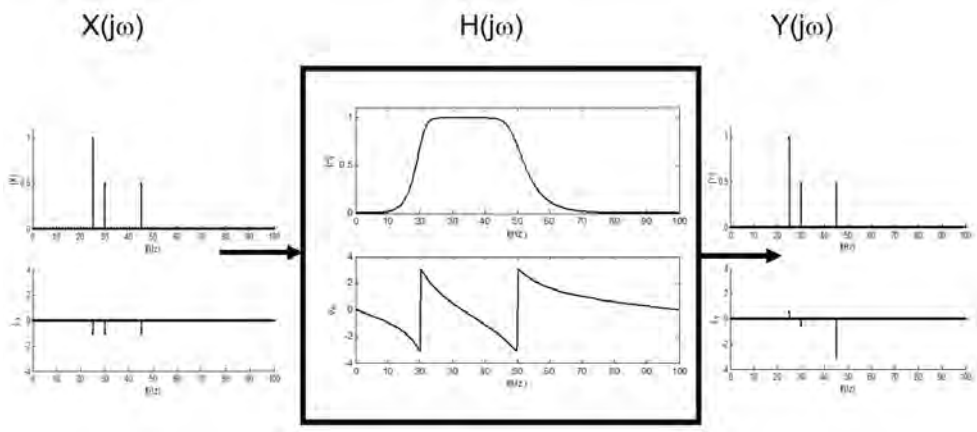
Sejauh ini kita telah mempelajari bagaimana filter dapat meneruskan atau menyaring komponen-komponen sinusoidal dari sinyal input. Hal lain yang perlu mendapat perhatian dari kerja filter yaitu efek dari pergeseran fase pada komponen-komponen sinusoidal.



Gambar 10.18
Proses filter pada sinyal input dengan dua komponen sinusoidal

Gambar 10.18 menunjukkan suatu filter BPF dengan *passband* dari 20 sampai 50 Hz. Karena sinyal input hanya mempunyai tiga komponen sinusoidal dengan frekuensi yang terletak dalam daerah *passband*, maka filter ini meneruskan semua komponen sinusoidal dari sinyal input, dengan kata lain $|Y| = |X|$.

Kita tentunya berharap bahwa sinyal output, $y(t)$, akan sama dengan sinyal input, $x(t)$, tetapi ternyata kita bisa mendapati $y(t) \neq x(t)$. Penyebabnya adalah karena fase sinyal output tidak sama dengan fase sinyal input, $\varphi_y \neq \varphi_x$. Dengan kata lain, telah terjadi pergeseran fase pada output.

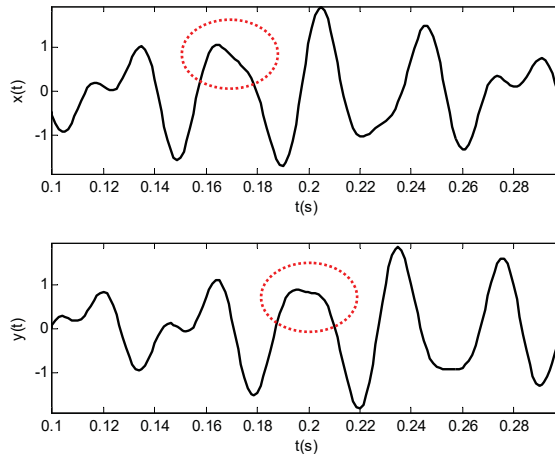


Gambar 10.19
Pergeseran fase pada proses filter

Gambar 10.19 menunjukkan bahwa ketiga komponen sinusoidal pada sinyal input, $x(t)$, sama-sama memiliki fase sebesar -1 rad . Setelah dilewatkan pada filter, amplitudo kedua komponen ini tetap sama tetapi fasenya telah berubah menjadi 0.5 rad untuk komponen pertama, -0.5 rad untuk komponen kedua, dan -3 rad untuk komponen ketiga. Pergeseran ini terjadi karena fase output merupakan penjumlahan fase input dan fase dari filter.

$$\varphi_y = \varphi_x + \varphi_h$$

Pergeseran ini akan menyebabkan $y(t) \neq x(t)$ seperti ditunjukkan pada Gambar 10.20, khususnya pada daerah yang dilingkari.



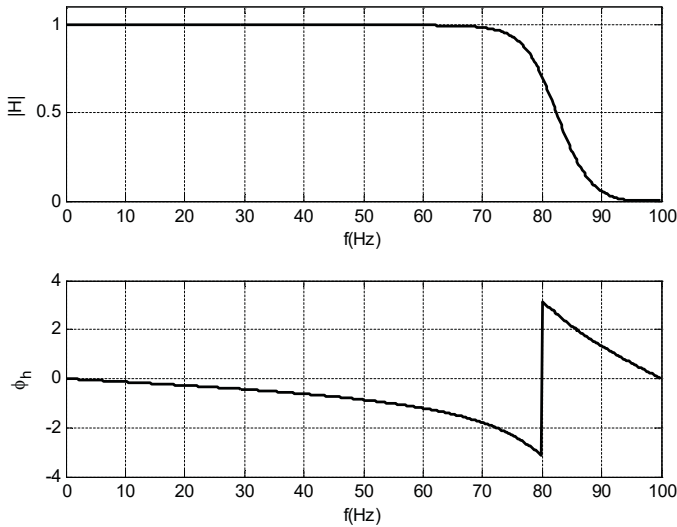
Gambar 10.20
Perbedaan bentuk input dan output karena pergeseran fase

Jika suatu filter digunakan pada aplikasi yang mementingkan bentuk sinyal maka pergeseran fasa ini dapat merusak bentuk sinyal sekalipun pada daerah *passband*. Kita harus berhati-hati dalam menggunakan sebuah filter untuk menghilangkan noise pada sinyal jantung (ECG). Jika pergeseran fase ini tidak kita atur dengan baik maka filter tersebut bukan hanya menghilangkan noise tetapi juga merusak bentuk sinyal ECG.

10.6 Group Delay

Masalah pergeseran fase di atas dapat diatasi jika kita menggunakan filter yang sama sekali tidak mengubah fase dari komponen sinusoidal sinyal input, atau dengan kata lain, respon fase dari filter, φ_h , selalu nol di daerah *passband*. Harapan ini tidak mungkin diimplementasikan karena semua filter melakukan perubahan fase pada sinyal input.

Karena pergeseran fase dari suatu komponen sinusoidal menentukan *delay* yang terjadi pada komponen sinusoidal itu, maka pergeseran fase yang terjadi pada suatu filter tidak akan merusak bentuk sinyal input jika semua komponen sinusoidal di daerah passband di-*delay* dengan waktu yang sama. Kerusakan bentuk sinyal terjadi jika komponen-komponen sinusoidal di-*delay* dengan waktu yang berbeda-beda. Semua komponen sinusoidal akan di-*delay* dengan waktu yang sama jika respon fase dari suatu filter berbentuk garis lurus (linier).



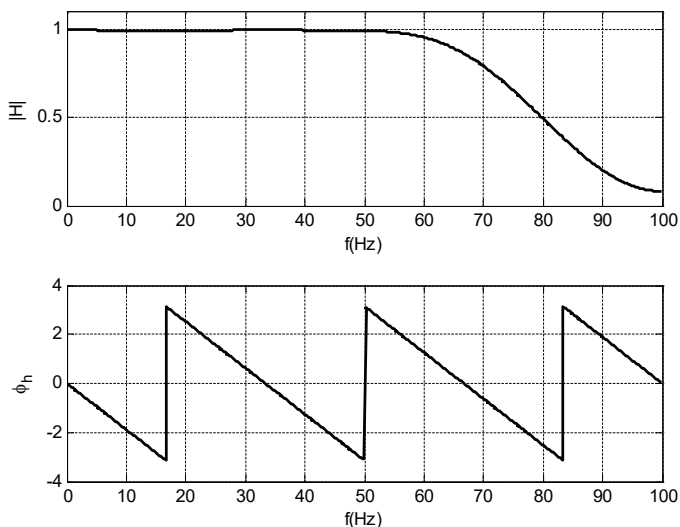
Gambar 10.21
Filter dengan pergeseran fase tidak linier

Gambar 10.21 menampilkan respon dari suatu filter dengan respon fase yang tidak linier (tidak berbentuk garis lurus). Tabel 10.1 menampilkan pergeseran fase dan *delay* dari beberapa komponen sinusoidal pada filter tersebut. Tabel tersebut menunjukkan bahwa komponen sinusoidal di-*delay* dengan waktu yang berbeda-beda.

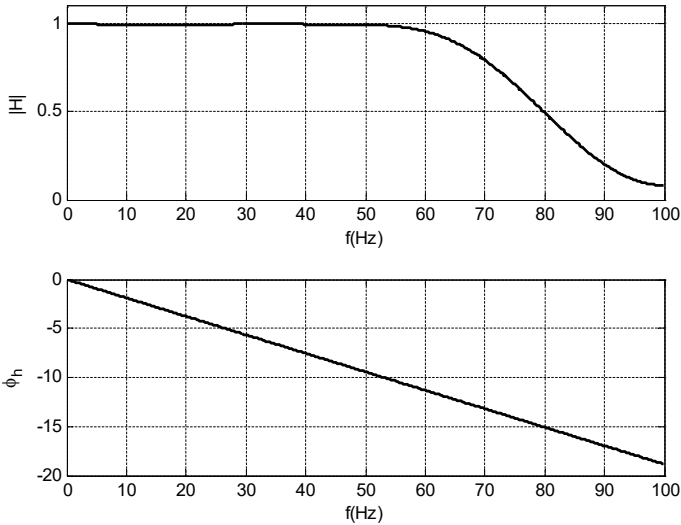
Tabel 10.1
Pergeseran fase dan delay dari filter Gambar 10.20

Komponen sinusoidal (Hz)	Pergeseran fase (radian)	Delay (ms)
20	-0.276	2.2
30	-0.434	2.3
40	-0.622	2.5
50	-0.862	2.7
60	-1.206	3.2
70	-1.792	4.1

Gambar 10.22 menampilkan respon dari suatu filter dengan respon fase yang linier (berbentuk garis lurus). Respon fase dari filter tersebut terlihat seperti gelombang gergaji karena hanya digambarkan dari $-\pi$ sampai π . Sesungguhnya kurva respon fase tersebut berbentuk garis lurus seperti pada Gambar 10.23. Tabel 10.2 menampilkan pergeseran fase dan *delay* dari beberapa komponen sinusoidal pada filter tersebut. Tabel tersebut menunjukkan bahwa semua komponen sinusoidal di-*delay* dengan waktu yang sama.



Gambar 10.22
Filter dengan pergeseran fase linier



Gambar 10.23

Filter dengan pergeseran fase linier yang digambar dalam bentuk garis lurus

Tabel 10.2

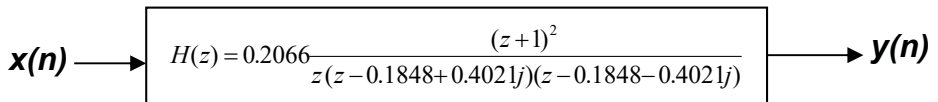
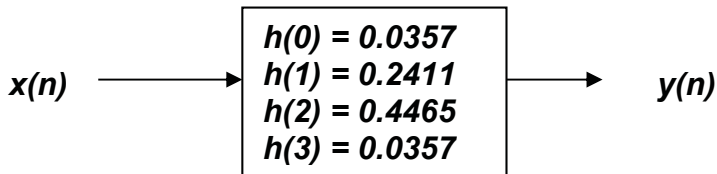
Pergeseran fase dan delay dari filter Gambar 10.22

Komponen sinusoidal (Hz)	Pergeseran fase (radian)	Delay (ms)
20	-3.770	30
30	-5.655	30
40	-7.540	30
50	-9.4248	30
60	-11.3104	30
70	-13.1944	30

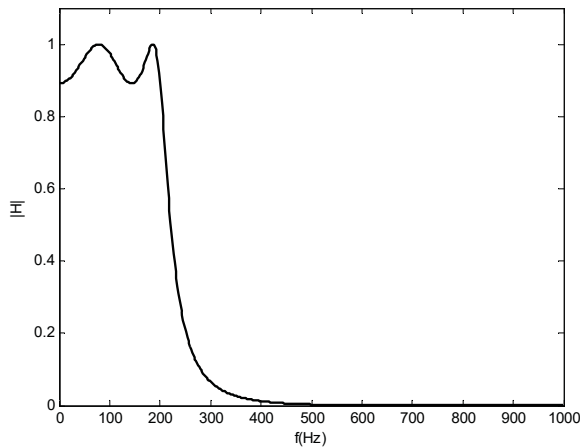
Jika respon fase dari suatu filter bersifat linier maka semua komponen sinusoidal dalam sinyal input akan di-delay dengan waktu yang sama sehingga tidak akan merusak bentuk sinyal. Besarnya waktu delay yang terjadi karena perseseran fase ini disebut **group delay**. Filter pada tabel 10.2 memiliki **group delay** sebesar 30 ms.

SOAL LATIHAN

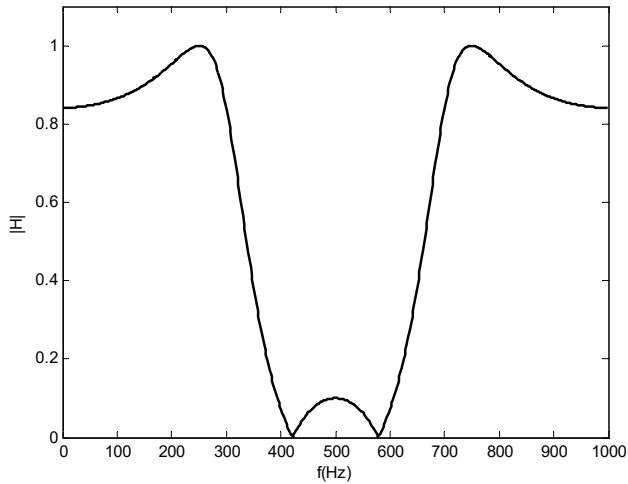
1. Tentukan orde dari filter-filter di bawah ini.



2. Jika filter berikut ini memiliki $\delta_s = -14$ dB, tentukan parameter dari filter tersebut (dalam dB dan radian). Tentukan juga jenis dari filter ini.



3. Tentukan jenis dan parameter dari filter berikut ini (dalam dB dan radian).



4. Jika sinyal $x(t)$ berikut ini diinputkan pada filter dengan respon frekuensi dan fasa seperti gambar-gambar di bawah ini, gambarlah sinyal output dalam domain waktu, $y(t)$, dan dalam domain frekuensi $|Y|$ dan ϕ_y .

