

MATRIKS DAN OPERASI MATRIKS

Perhatikan Tabel:
Presensi
Bulan: April 2024

Nama Siswa	Sakit	Ijin	Alpa
Agus	0	1	3
Budi	1	2	0
Cicha	5	1	1

Jika judul baris dan kolom
dihilangkan

Nama Siswa	Sakit	Ijin	Alpa
Agus	0	1	3
Budi	1	2	0
Cicha	5	1	1

Judul kolom

Judul baris

Maka terbentuk
susunan bilangan
sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

disebut matriks

Matriks

adalah

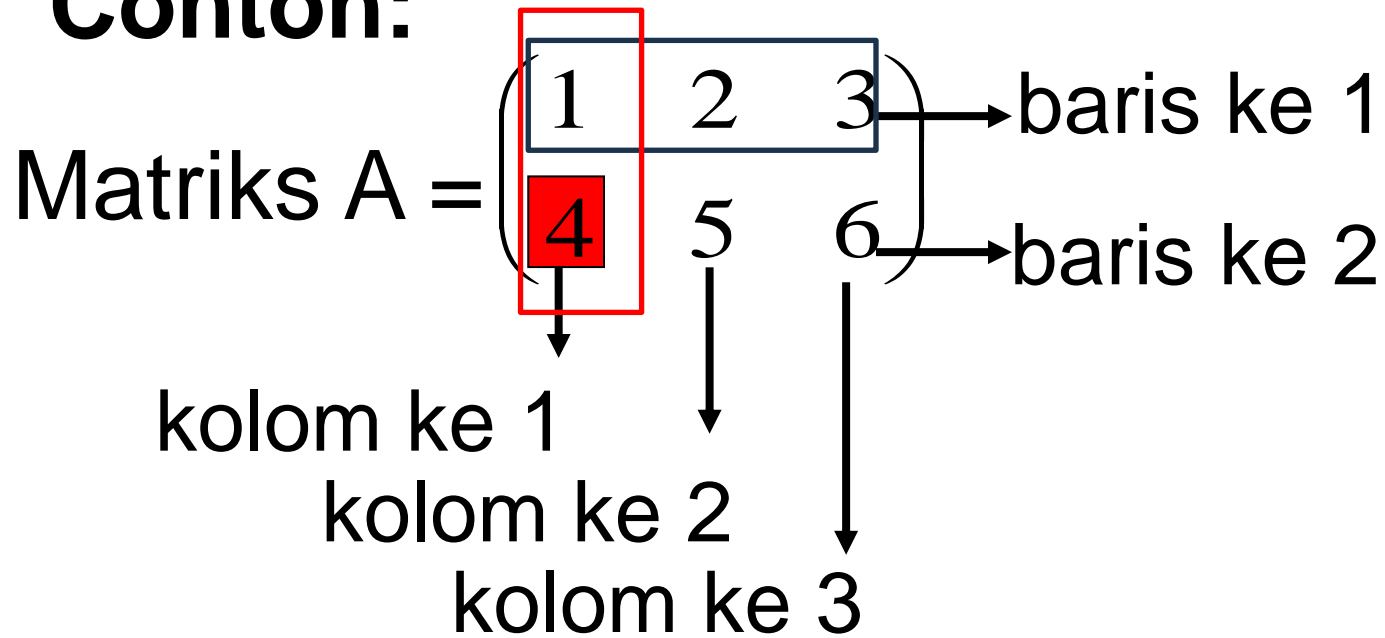
Susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur dalam baris dan kolom, ditulis diantara kurung kecil atau siku

☑ Bilangan yang disusun disebut elemen.

☑ Banyak baris x banyak kolom disebut ordo matriks.

☑ Sebuah matriks ditulis dengan huruf besar

Contoh:



- 4 adalah elemen baris ke 2 kolom ke 1
- matriks A berordo 2 x 3

Matriks persegi

Adalah matriks yang
banyak baris dan kolom sama

Contoh:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -5 & 0 & -1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ -9 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

diagonal utama

Banyak baris 4, banyak kolom 4
A adalah matriks berordo 4

Perhatikan matriks berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

A adalah matriks segitiga atas
yaitu matriks yang elemen-elemen
di bawah diagonal utamanya
bernilai nol

Perhatikan matriks berikut:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

B adalah matriks segitiga bawah
yaitu matriks yang elemen-elemen
di atas diagonal utamanya
bernilai nol

Perhatikan matriks berikut:

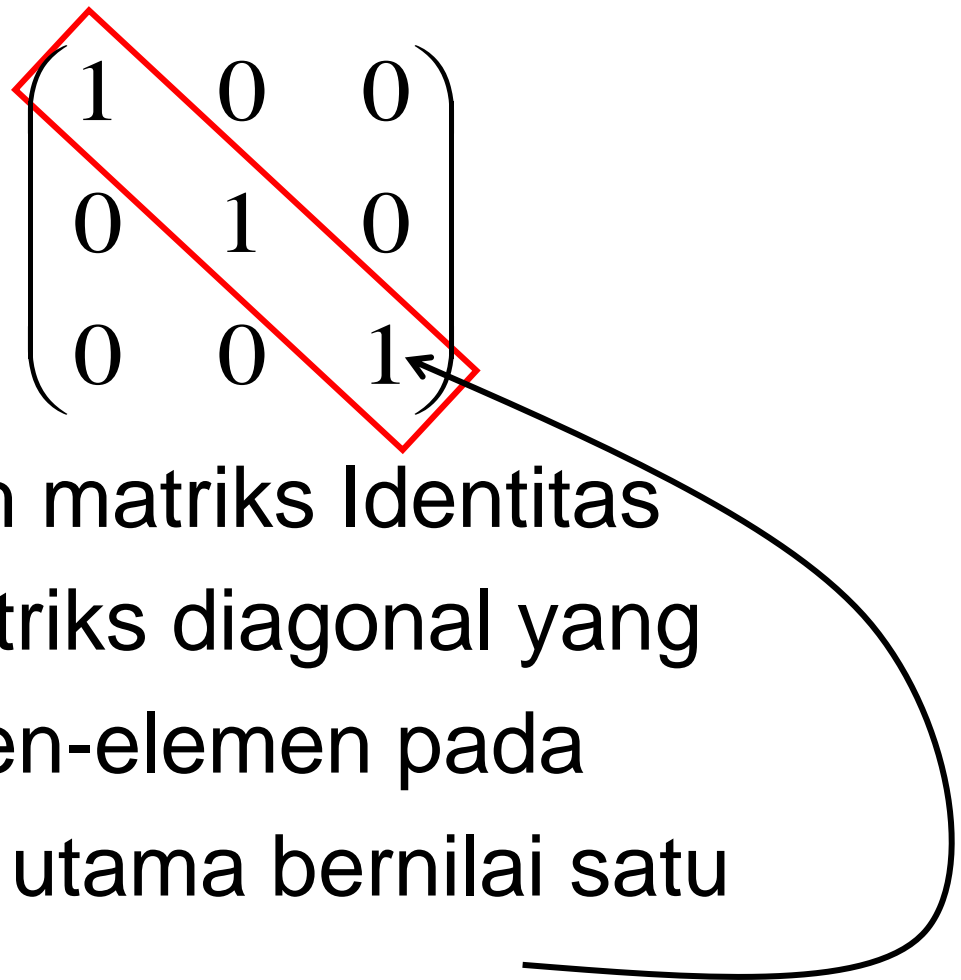
$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

C adalah matriks diagonal yaitu matriks persegi yang elemen-elemen di bawah dan di atas diagonal utama bernilai nol

Perhatikan matriks berikut:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

I adalah matriks Identitas
yaitu matriks diagonal yang
elemen-elemen pada
diagonal utama bernilai satu



Transpos Matriks

Transpos matriks A , ditulis A^t adalah matriks baru dimana elemen baris matriks A^t merupakan kolom matriks A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Transpos matriks A

adalah $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

Kesamaan Dua Matriks

matriks $A =$ matriks B

jika

- ordo matriks $A =$ ordo matriks B
- elemen yang seletak sama

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ x-7 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 0 & 2y \end{pmatrix}$$

Jika matriks $A =$ matriks B ,

$$\text{maka } x - 7 = 6 \rightarrow x = 13$$

$$2y = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Contoh 1:

$$\text{Diketahui } K = \begin{pmatrix} p & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 3r \\ 3 & q & 11 \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } L = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 4q \\ 3 & 2p & 11 \end{pmatrix}$$

Jika $K = L$, maka r adalah....

Bahasan:

$$K = L$$
$$\begin{pmatrix} p & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 3r \\ 3 & q & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 4q \\ 3 & 2p & 11 \end{pmatrix}$$

$$p = 6; \quad q = 2p \rightarrow q = 2 \cdot 6 = 12$$

$$3r = 4q \rightarrow 3r = 4 \cdot 12 = 48$$

$$\text{jadi } r = 48 : 3 = 16$$

Contoh 2:

$$\text{Misalkan } A = \begin{pmatrix} x + y & x \\ y & x - y \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2}x \\ -2y & 3 \end{pmatrix}$$

Jika A^t adalah transpos matriks A
maka persamaan $A^t = B$
dipenuhi bila $x = \dots$

Bahasan:

$$A = \begin{pmatrix} x + y & x \\ y & x - y \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} x + y & y \\ x & x - y \end{pmatrix}$$

$$A^t = B$$

$$\begin{pmatrix} x + y & y \\ x & x - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2}x \\ -2y & 3 \end{pmatrix}$$

$$x + y = 1$$

$$\frac{x - y = 3}{\text{---}} +$$

$$2x = 4$$

$$\text{Jadi } x = 4 : 2 = 2$$

Operasi Pada Matriks

- Penjumlahan
- Pengurangan
- Perkalian:
 - ☑ perkalian skalar dengan matriks
 - ☑ perkalian matriks dengan matriks

Penjumlahan/pengurangan

☞ Matriks A dan B dapat dijumlahkan/dikurangkan, jika ordonya sama.

☞ Hasilnya merupakan jumlah/selisih elemen-elemen yang seletak

Contoh 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A + B =$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 & -4 \\ 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

Contoh 2:

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } C = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Maka } (A + C) - (A + B) = \dots$$

Bahasan

$$(A + C) - (A + B) = \cancel{A} + C - \cancel{A} - B$$

$$= C - B$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1+2 & 7-5 \\ 0+3 & 4-0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Perkalian skalar dengan matriks

☞ Jika k suatu bilangan (skalar) maka perkalian k dengan matriks A ditulis $k.A$,
adalah matriks yang elemennya diperoleh dari hasil kali k dengan setiap elemen matriks A

Contoh 1:

$$\text{Matriks } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Tentukan elemen-elemen
matriks $5A$!

Jawab:

$$5A = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & -15 \\ 15 & 20 & 1 \end{pmatrix}$$

Contoh 2:

$$\text{Matriks } A = \begin{pmatrix} a & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Jika $A - 2B = 3C$,

maka $a + b = \dots$

Bahasan

$$A - 2B = 3C$$

$$\begin{pmatrix} a & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & a-b \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 2a-2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 21 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 2a - 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 21 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a - 2 & -12 \\ 3 & 4 - 2a - 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 21 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a-2 & -12 \\ 3 & 4-2a-2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 21 & 6 \end{pmatrix}$$

$$a - 2 = -3 \rightarrow a = -1$$

$$4 - 2a - 2b = 6$$

$$4 + 2 - 2b = 6$$

$$~~6 - 2b = 6~~$$

$$-2b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$\text{Jadi } a + b = -1 + 0 = -1$$

Contoh 3:

$$\text{Matriks } A = \begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } B = \begin{pmatrix} 2m - 3l & 2k + 1 \\ k & l + 7 \end{pmatrix}$$

Supaya dipenuhi $A = 2B^t$,
dengan B^t adalah matriks transpos
dari B maka nilai $m = \dots$

Bahasan

$$B = \begin{pmatrix} 2m - 3l & 2k + 1 \\ k & l + 7 \end{pmatrix}$$

berarti $B^t = \begin{pmatrix} 2m - 3l & k \\ 2k + 1 & l + 7 \end{pmatrix}$

$$A = 2B^t$$

$$\begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2m - 3l & k \\ 2k + 1 & l + 7 \end{pmatrix}$$

$$A = 2B^t$$

$$\begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2m - 3l & k \\ 2k + 1 & l + 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2m - 3l) & 2k \\ 2(2k + 1) & 2(l + 7) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4m - 6l & 2k \\ 4k + 2 & 2l + 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k & 4 \\ 2l & 3m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4m - 6l & 2k \\ 4k + 2 & 2l + 14 \end{pmatrix}$$

$$4 = 2k \Rightarrow k = 2$$

$$2l = 4k + 2 \Rightarrow 2l = 4 \cdot 2 + 2$$

$$2l = 10 \Rightarrow l = 5$$

$$3m = 2l + 14$$

$$3m = 2 \cdot 5 + 14 = 24$$

$$\text{Jadi } m = 8$$

**THANK
YOU**