PENGUJIAN HIPOTESIS

EGI SAFITRI, S.MAT., M.SI

Menguji Kesamaan Dua Varians

Misalkan ada dua populasi berdistribusi normal dengan masing-masing rata-rata dan simpangan baku secara berturut-turut μ_1 dan μ_2 dan σ_1 dan σ_2. Secara independen dari populasi kesatu diambil sebuah sampel acak berukuran n_1, sedangkan dari populasi kedua sebuah sampel acak diambil sebanyak n_2. Dari kedua sampel ini berturut-turut diperoleh $\overline{x_1}, s_1$ dan $\overline{x_2}, s_2$. Akan diuji tentang rata-rata μ_1 dan μ_2. Maka pengujian hipotesis:

Uji Dua Pihak

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

Pengujian menggunakan statistik:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Kriteria pengujian adalah terima hipotesis H_0 jika

$$F_{(1-\alpha)(n_1-1,n_2-1)} < F < F_{1/2\alpha(n_1-1,n_2-1)}$$

Untuk taraf nyata α, dimana $F_{\beta(m,n)}$ didapat dari daftar distribusi F dengan peluang β, dk pembilang = n dan dk penyebut = m.

Statistik lain yang digunakan untuk menguji hipotesis H_0:

$$F = \frac{\text{Varians terbesar}}{\text{Varians terkecil}}$$

Dan tolak H_0 hanya jika $F \geq F_{1/2\alpha(n_1-1, n_2-1)}$

Jika peluang berbeda dengan 0,01 atau 0,05, maka gunakan:

$$F_{(1-p)(v_2,v_1)} = \frac{1}{F_{p(v_1,v_2)}}$$

Contoh

Ada dua macam pengukuran kelembaban suatu zat. Cara ke-1 dilakukan 10 kali yang menghasilkan $s^2 = 24.7$ dan cara ke-2 dilakukan 13 kali dengan $s^2 = 37.2$. Dengan $\alpha = 0{,}10$ tentukan apakah kedua cara pengukuran tersebut mempunyai varians homogen?

Jawab

1. $\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$
2. Uji statistik : F
3. Uji dua pihak
4. taraf nyata $\alpha = 0{,}10$, maka $F \geq F_{1/2\alpha(n_1-1, n_2-1)} \leftrightarrow F \geq F_{0.05(12,9)} \leftrightarrow F \geq 3.07$
5. Nilai statistik: $F = \frac{37.2}{24.7} = 1.506$
6. Kesimpulan: karena F hitung berada dalam daerah penerimaan H_0, maka H_0 diterima. Artinya varians kedua cara penentuan kelembaban homogen.

Uji Satu Pihak

Uji pihak kanan, hipotesi nol dan hipotesis tandingannya:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{cases}$$

Uji pihak kiri, hipotesi nol dan hipotesis tandingannya:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$$

Statistik yang digunakan: $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

Kriteria pengujian: untuk uji pihak kanan: H_0 ditolak jika $F \geq F_{\alpha(n_1-1,n_2-1)}$ sedangkan untuk uji pihak kiri: H_0 ditolak jika $F \leq F_{(1-\alpha)(n_1-1,n_2-1)}$

Contoh

Penelitian terhadap dua metode penimbangan menghasilkan $s_1^2 = 25.4$ gram dan $s_2^2 = 30.7$ gram. Penimbangan masing-masing dilakukan sebanyak 13 kali. Ada anggapan bahwa metode kesatu menghasilkan penimbangan dengan variabilitas yang lebih kecil. Betulkah itu?

Jawab

1. $\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases}$
2. Uji statistik : F
3. Uji satu pihak
4. taraf nyata $\alpha = 0,05$, maka $F \leq F_{(1-\alpha)(n_1-1, n_2-1)} \leftrightarrow F \leq F_{0.95(12.12)}$

   karena $F_{0.05(12.12)} = 2.69$ maka $F_{0.95(12.12)} = \frac{1}{F_{0.05(12.12)}} = 0.37$

   Maka $F \leq 0.37$
5. Nilai statistik: $F = \frac{24.7}{37.2} = 0.83$

Kesimpulan: karena F hitung berada dalam daerah terima H_0 maka H_0 diterima. Artinya tidak benar variabilitas cara kesatu lebih kecil.

RANGKUMAN

PENGUJIAN KESAMAAN

Menguji Varians

Hipotesis	Distribusi	Statistik	Daerah Ho
H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	Chi-kuadrat	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	Terima $\chi^2_{1/2\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-1/2\alpha}$ dk = (n – 1)
H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 > \sigma_0^2$	Chi-kuadrat	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	Tolak $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}$ dk = n-1
H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 < \sigma_0^2$	Chi-kuadrat	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	Tolak $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}$ dk = n-1

Menguji Kesamaan Dua Varians

Hipotesis	Distribusi	Statistik	Daerah Ho
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	F	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	Terima $F_{\left(1-\frac{1}{2}\alpha\right)(n_1-1,n_2-1)} < F < F_{\frac{1}{2}\alpha(n_1-1,n_2-1)}$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	F	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	Tolak $F \geq F_{\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	F	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	Tolak $F \leq F_{(1-\alpha)(n_1-1,n_2-1)}$