



Analisis Korelasi

EGI SAFITRI, S.MAT., M.SI

Analisis Korelasi

Analisis Korelasi

Korelasi adalah suatu alat analisis yang dipergunakan untuk mencari hubungan antara variabel independen/bebas dengan variabel dependen/takbebas.

Apabila beberapa variabel independen/bebas dihubungkan dengan satu variabel dependen/tak bebas disebut **korelasi berganda**.

Dan apabila satu variabel independen/bebas berhubungan dengan satu variabel dependent/takbebas disebut **korelasi parsial** .

Analisis Korelasi

Hubungan antara dua variabel dapat karena hanya kebetulan saja dapat pula memang merupakan hubungan yang sebab akibat.

Dua variabel berkorelasi apabila perubahan yang lain secara teratur, dengan arah yang sama atau arah yang berlawanan.

Dalam analisa korelasi disamping mengukur kesesuaian garis regresi terhadap data sampel atau disebut ***Koefisien Determinasi*** atau ***Koefisien Penentu***, juga mengukur keeratan hubungan antara variabel atau disebut ***Koefisien Korelasi***.

Analisis Korelasi

Dengan kata lain, analisa regresi menjawab bagaimana pola hubungan variabel-variabel dan analisa korelasi menjawab bagaimana keeratan hubungan yang diterangkan dalam persamaan regresi.

Kedua analisa ini biasanya dipakai bersama-sama. Koefisien korelasi dilambangkan dengan r dan koefisien determinasi dilambangkan dengan r^2 .

Contoh

Apabila $r = -1$, artinya korelasi negatif sempurna. Ini menandakan ada hubungan bertolak-belakang antara variabel X dan variabel Y dimana bila variabel X naik, maka variabel Y turun.

Apabila $r = +1$, artinya korelasi positif sempurna. Ini menandakan ada hubungan searah antara variabel X dan variabel Y dimana bila variabel X naik maka variabel Y ikut naik.

Jenis Korelasi

PEARSON DAN SPEARMAN RANK

Pearson correlation

Dari dua teknik yang digunakan untuk melakukan analisis korelasi, metode korelasi Pearson mungkin adalah yang paling dikenal dan banyak digunakan dalam penelitian pasar dan bisnis. Mari kita lihat apa itu metode korelasi Pearson, dan bagaimana Anda bisa menggunakannya.

Pearson Correlation

Koefisien korelasi produk momen Pearson dapat digambarkan sebagai cara untuk mengukur kekuatan hubungan linier antara dua variabel—yang dapat digunakan untuk mengetahui apakah ada hubungan kuat antara satu variabel dengan variabel lainnya.

Bayangkan Anda memiliki dua variabel—seperti keterlibatan karyawan dan gaji karyawan—yang dipetakan pada grafik scatter plot sederhana. Korelasi Pearson pada dasarnya mencoba memanfaatkan scatter plot dengan menggambar garis melalui data untuk mengetahui apakah kedua variabel tersebut berkorelasi satu sama lain dan sejauh mana.

Pearson Correlation

Artinya, koefisien korelasi Pearson mengidentifikasi apakah:

Terdapat korelasi positif antara dua variabel. Artinya, apakah peningkatan keterlibatan karyawan berhubungan dengan peningkatan gaji.

Terdapat korelasi negatif antara dua variabel. Lebih spesifik, apakah kenaikan gaji berhubungan dengan penurunan keterlibatan karyawan, atau sebaliknya.

Tidak ada hubungan antara variabel. Dengan kata lain, perubahan dalam gaji dan keterlibatan karyawan tidak saling berhubungan.

Wawasan tentang hubungan ini adalah langkah pertama dalam memahami bagaimana variabel yang menarik mungkin saling berhubungan, dan juga dapat mendorong penyelidikan kausal lebih lanjut.

Apa yang dilakukan uji koefisien korelasi Pearson?

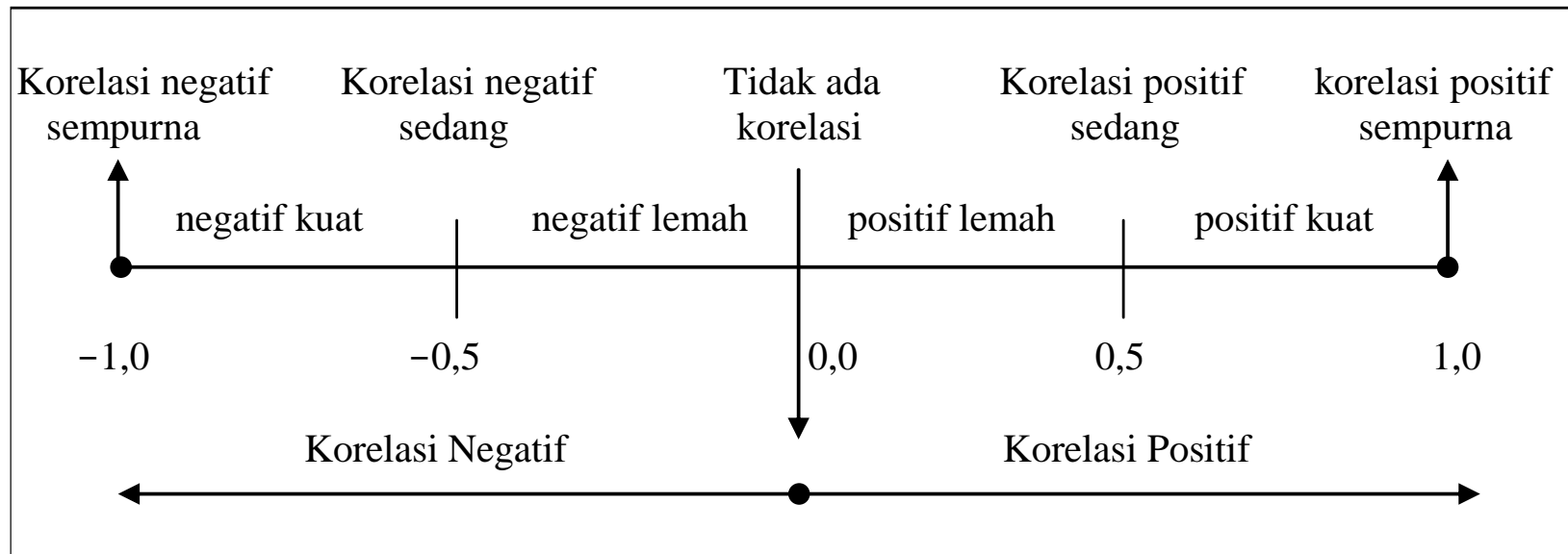
Uji koefisien korelasi Pearson membandingkan nilai rata-rata dari produk skor standar pasangan pengamatan yang cocok. Setelah dilakukan, uji ini menghasilkan angka yang dapat berkisar dari -1 hingga +1.

Angka positif menunjukkan adanya korelasi positif antara dua variabel, sementara nilai negatif menunjukkan hubungan negatif. Selanjutnya, nilai r mewakili kekuatan hubungan.

Nilai r Pearson yang mendekati 1 menunjukkan hubungan yang lebih kuat antara dua variabel. Sebagai aturan praktis, nilai-nilai berikut dapat digunakan untuk menentukan kekuatan hubungan:

Korelasi

Harga r bergerak antara -1 dan $+1$ dengan tanda negatif menyatakan adanya korelasi tak langsung atau korelasi negatif dan tanda positif menyatakan adanya korelasi langsung atau korelasi positif. $r=0$ menyatakan tidak ada hubungan linier antara variabel X dan Y .

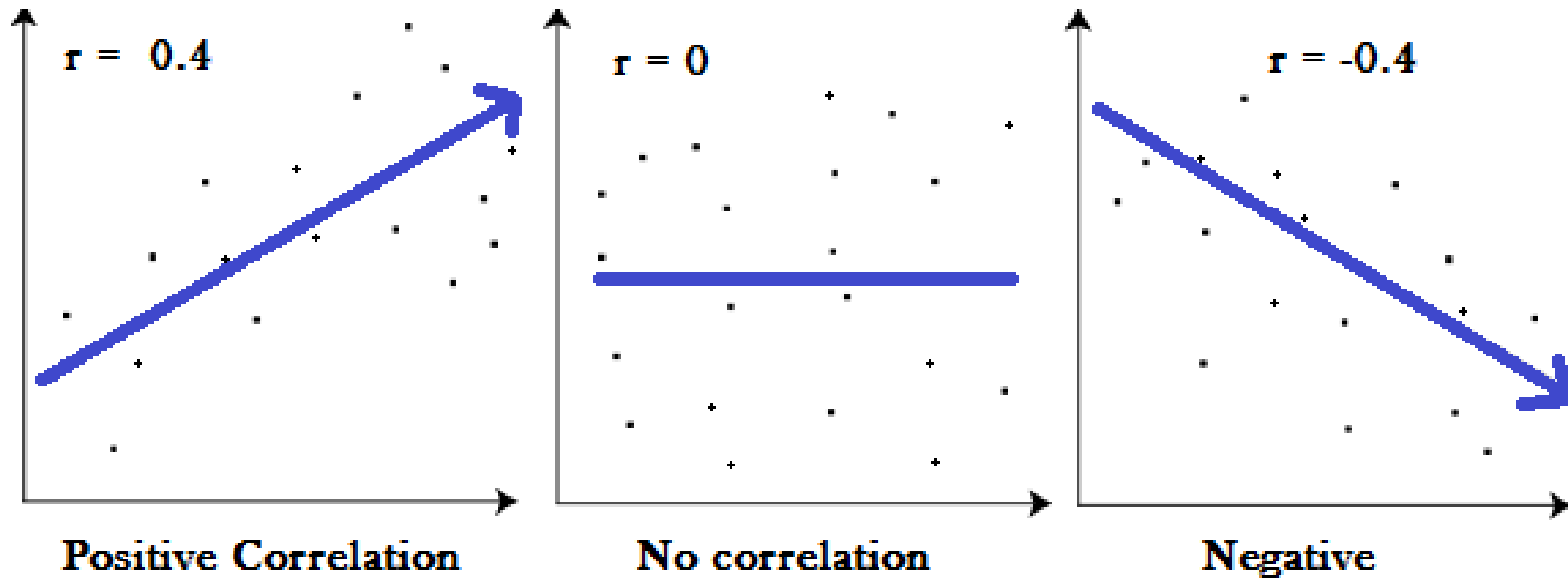


Koefisien korelasi Pearson antara 0 dan 0,3 (atau 0 dan -0,3) menunjukkan hubungan yang lemah antara dua variabel.

Koefisien korelasi Pearson antara 0,4 dan 0,6 (atau -0,4 dan -0,6) menunjukkan kekuatan hubungan yang sedang antara dua variabel.

Koefisien korelasi Pearson antara 0,7 dan 1 (atau -0,7 dan 1) menunjukkan hubungan yang kuat antara dua variabel.

Pearson



Pearson correlation coefficient formula

The Pearson correlation coefficient (r) is calculated using the following expression:

$$r = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{s_X} \right) \left(\frac{Y_i - \bar{Y}}{s_Y} \right)$$

Where x_i represents the values of the x variable in a sample,

\bar{x} indicates the mean of the values of the x variable,

y_i indicates the values of the y variable, and \bar{y} indicates the mean of the values of the y-variable.

s_X and s_Y indicate the standard deviations of the x and y variables respectively, and n is the number of observations of x and y variables.

Contoh :

Diketahui data jumlah SKS dan IPK mahasiswa sbb.

| Jumlah SKS (X) | IPK (Y) |
|----------------|---------|
| 10 | 3,00 |
| 10 | 2,50 |
| 15 | 2,00 |
| 10 | 1,50 |
| 5 | 1,00 |

Tentukan nilai koefisien korelasi dengan metode product moment dan jelaskan artinya!

Jawab :

Buat tabel penolong untuk menghitung r

| No | X _i | Y _i | X _i Y _i | X _i ² | Y _i ² |
|-----|----------------------|----------------------|---|---------------------------------------|--|
| 1 | 10 | 3,00 | 30 | 100 | 9,00 |
| 2 | 10 | 2,50 | 25 | 100 | 6,25 |
| 3 | 15 | 2,00 | 30 | 225 | 4,00 |
| 4 | 10 | 1,50 | 15 | 100 | 2,25 |
| 5 | 5 | 1,00 | 5 | 25 | 1,00 |
| n=5 | ΣX _i = 50 | ΣY _i = 10 | ΣX _i Y _i = 105 | ΣX _i ² = 550 | ΣY _i ² = 22,5 |

$$r = \frac{5(105) - (50)(10)}{\sqrt{\{5(550) - (50)^2\}\{5(22,5) - (10)^2\}}} = \frac{25}{\sqrt{(250)(12,5)}} = 0,447$$

Dari hasil ini ternyata didapat korelasi positif antara jumlah sks (X) dan IPK yang didapat (Y).

Spearman correlation method

Spearman correlation method

Koefisien korelasi ini mengukur kedekatan hubungan antara dua variabel ordinal. Koefisien korelasi ini dinamakan koefisien korelasi pangkat atau koefisien korelasi Spearman, yang disimbolkan dengan r .

Pasangan data hasil pengamatan (X_i, Y_i) kita susun menurut urutan besar nilainya dalam tiap variabel. Kemudian kita bentuk selisih atau beda peringkat X_i dan peringkat Y_i yang data aslinya berpasangan. Beda ini disimbolkan dengan b_i , maka koefisien korelasi peringkat r dihitung dengan rumus:

$$r = 1 - \frac{6 \sum b_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Contoh :

Data berikut adalah penilaian 2 orang juri terhadap 8 orang peserta perlombaan.

| Peserta | Juri I | Juri II |
|----------------|---------------|----------------|
| A | 70 | 80 |
| B | 85 | 75 |
| C | 65 | 55 |
| D | 50 | 60 |
| E | 90 | 85 |
| F | 80 | 70 |
| G | 75 | 90 |
| H | 60 | 65 |

Tentukan Koefisien Korelasi spearman rank !

Penyelesaian

| Peserta | Juri I | Juri II | Beda (b_i) | b_i^2 |
|---------|--------|---------|----------------|---------|
| A | 5 | 3 | 2 | 4 |
| B | 2 | 4 | -2 | 4 |
| C | 6 | 8 | 2 | 4 |
| D | 8 | 7 | 1 | 1 |
| E | 1 | 2 | -1 | 1 |
| F | 3 | 5 | -2 | 4 |
| G | 4 | 1 | 3 | 9 |
| H | 7 | 6 | 1 | 1 |
| Jumlah | - | - | - | 28 |

Koefisien Korelasi rank :

$$r = 1 - \frac{6 \sum b_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(28)}{8(64 - 1)} = 0,667$$

Koefisien

Determinasi

Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi merupakan ukuran untuk mengetahui kesesuaian atau ketepatan antara nilai dugaan dengan data sampel. Koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut.

Koefisien determinasi adalah bagian dari keragaman total variabel tak bebas Y (variabel yang dipengaruhi atau dependent) yang dapat diterangkan atau diperhitungkan oleh keragaman variabel bebas X (variabel yang mempengaruhi, independent)

Jadi koefisien determinasi adalah kemampuan variabel X mempengaruhi variabel Y. Semakin besar koefisien determinasi menunjukkan semakin baik kemampuan X mempengaruhi Y.

Koefisien Determinasi =

$$r^2 = \frac{[n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)]^2}{\sqrt{\{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2\} \{n(\sum Y_i^2) - (\sum Y_i)^2\}}}$$

Koefisien Korelasi Ganda

Untuk 2 variabel bebas (X_1 dan X_2) maka r dihitung dengan rumus:

$$r_{y x_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{y x_1}^2 + r_{y x_2}^2 - 2 r_{y x_1} r_{y x_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}$$

dimana : $r_{y x_1 x_2}$ = Koefisien korelasi ganda antara variable X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variable Y

$r_{y x_1}$ = Koefisien korelasi X_1 dengan Y

$r_{y x_2}$ = Koefisien korelasi X_2 dengan Y

$r_{x_1 x_2}$ = Koefisien korelasi X_1 dengan X_2

Contoh :

Misalkan kita melakukan pengamatan terhadap 10 keluarga mengenai:

X_1 = pendapatan dalam ribuan rupiah

X_2 = jumlah keluarga dalam satuan jiwa

Y = pengeluaran untuk membeli barang A dalam ratusan rupiah

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X_1 | 10 | 2 | 4 | 6 | 8 | 7 | 4 | 6 | 7 | 6 |
| X_2 | 7 | 3 | 2 | 4 | 6 | 5 | 3 | 3 | 4 | 3 |
| Y | 23 | 7 | 15 | 17 | 23 | 22 | 10 | 14 | 20 | 19 |

Akan dibuktikan ada hubungan linier positif dan signifikan antara variabel X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variabel Y .

Jawab:

| No | X_1 | X_2 | Y | X_1Y | X_2Y | X_1X_2 | X_1^2 | X_2^2 | Y^2 |
|---------------|-----------|-----------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| 1 | 10 | 7 | 23 | 230 | 161 | 70 | 100 | 49 | 529 |
| 2 | 2 | 3 | 7 | 14 | 21 | 6 | 4 | 9 | 49 |
| 3 | 4 | 2 | 15 | 60 | 30 | 8 | 16 | 4 | 225 |
| 4 | 6 | 4 | 17 | 102 | 68 | 24 | 36 | 16 | 289 |
| 5 | 8 | 6 | 23 | 184 | 138 | 48 | 64 | 36 | 529 |
| 6 | 7 | 5 | 22 | 152 | 110 | 35 | 49 | 25 | 484 |
| 7 | 4 | 3 | 10 | 40 | 30 | 12 | 16 | 9 | 100 |
| 8 | 6 | 3 | 14 | 84 | 42 | 18 | 36 | 9 | 196 |
| 9 | 7 | 4 | 20 | 140 | 80 | 28 | 49 | 16 | 400 |
| 10 | 6 | 3 | 19 | 114 | 57 | 18 | 36 | 9 | 361 |
| Jumlah | 60 | 40 | 170 | 1121 | 737 | 267 | 406 | 182 | 3162 |

Dari tabel diperoleh:

$$n = 10, \quad \sum X_1 = 60, \quad \sum X_2 = 40, \quad \sum Y = 170, \quad \sum X_1Y = 1122, \quad \sum X_2Y = 737, \quad \sum X_1 X_2 = 267, \\ \sum X_1^2 = 406, \quad \sum X_2^2 = 182, \quad \sum Y^2 = 3162$$

Jawab:

$$r_{y x_1} = \frac{n \sum X_1 Y - (\sum X_1)(\sum Y)}{\sqrt{\{n(\sum X_1^2) - (\sum X_1)^2\} \{n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\}}} =$$

$$r_{y x_1} = \frac{10(1122) - (60)(170)}{\sqrt{\{10(406) - (60)^2\} \{10(3162) - (170)^2\}}}$$

$$r_{y x_1} = \frac{1020}{\sqrt{460 \times 2720}} = \frac{1020}{1118,57}$$

$$r_{y x_1} = 0,912$$

$$r_{y x_2} = \frac{n \sum X_2 Y - (\sum X_2)(\sum Y)}{\sqrt{\{n(\sum X_2^2) - (\sum X_2)^2\} \{n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\}}} =$$

$$r_{y x_2} = \frac{10(737) - (40)(170)}{\sqrt{\{10(182) - (40)^2\} \{10(3162) - (170)^2\}}}$$

$$r_{y x_2} = \frac{570}{\sqrt{220 \times 2720}} = \frac{570}{773,56}$$

$$r_{y x_2} = 0,74$$

Jawab:

$$r_{x_1 x_2} = \frac{n \sum X_1 X_2 - (\sum X_1)(\sum X_2)}{\sqrt{\{n(\sum X_1^2) - (\sum X_1)^2\} \{n(\sum X_2^2) - (\sum X_2)^2\}}} =$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{10(267) - (60)(40)}{\sqrt{\{10(406) - (60)^2\} \{10(182) - (40)^2\}}}$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{270}{\sqrt{460 \times 220}} = \frac{270}{318,12}$$

$$r_{x_1 x_2} = 0,85$$

$$r_{y x_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{y x_1}^2 + r_{y x_2}^2 - 2 r_{y x_1} r_{y x_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,912)^2 + (0,74)^2 - 2(0,912)(0,74)(0,85)}{1 - (0,85)^2}}$$

$$= \sqrt{0,8354}$$

$$= 0,914$$

Kesimpulan: Terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y .

Atau : Terdapat hubungan yang signifikan antara pendapatan dan jumlah keluarga dengan pengeluaran untuk membeli barang A.

LATIHAN SOAL

1. Data dibawah ini menunjukkan jumlah pemakaian pupuk (X) dan hasil panen padi yang diperoleh (Y):

| Pupuk (kg) | Hasil Panen (kw) |
|-----------------------|-----------------------------|
| 20 | 8 |
| 40 | 9 |
| 50 | 11 |
| 70 | 11 |
| 100 | 12 |
| 110 | 14 |
| 120 | 15 |
| 150 | 16 |

Hitung koefisien korelasi dengan metode product moment dan Jelaskan artinya .

2. Dua orang ibu rumah tangga diminta untuk mengemukakan tingkat preferensinya terhadap sabun mandi berbagai merk. Hasilnya adalah sebagai berikut :

| Merk Sabun Mandi | Ny. Witono | Ny. Hartoko |
|-------------------------|-------------------|--------------------|
| A | 3 | 5 |
| B | 5 | 6 |
| C | 8 | 4 |
| D | 12 | 9 |
| E | 10 | 8 |
| F | 7 | 12 |
| G | 9 | 11 |
| H | 1 | 3 |
| I | 4 | 1 |
| J | 6 | 2 |
| K | 2 | 10 |
| L | 11 | 7 |

Hitunglah nilai koefisien rank

3. Tabel dibawah ini menunjukkan berat badan, tinggi badan, dan umur dari sampel random 12 anak laki-laki. Berat badan diukur dalam pound, tinggi badan diukur dalam inci, dan umur diukur dalam tahun.

| Berat Badan (X1) | Tinggi Badan (X2) | Umur (Y) |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|
| 64 | 57 | 8 |
| 71 | 59 | 10 |
| 53 | 49 | 6 |
| 67 | 62 | 11 |
| 55 | 51 | 8 |
| 58 | 50 | 7 |
| 77 | 55 | 10 |
| 57 | 48 | 9 |
| 56 | 52 | 10 |
| 51 | 42 | 6 |
| 76 | 61 | 12 |
| 68 | 57 | 9 |

Hitung koefisien korelasi antara variabel X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variabel Y.