



UJI CHI SQUARE

EGI SAFITRI, S.MAT., M.SI

Pendahuluan

Pendahuluan

Dalam praktek, hasil eksperimen mungkin harus diklasifikasikan ke dalam 2 kategori atau lebih. Untuk itu distribusi binomial tidak dapat digunakan. Jadi jika unsur populasi diklasifikasikan ke dalam salah satu dari sejumlah k kategori dan $k > 2$, maka populasi seperti ini bukan merupakan populasi binomial, melainkan disebut *populasi multinomial*.

Distribusi yang digunakan adalah distribusi multinomial. Secara teoritis, kedua jenis pembahasan yang nampaknya tidak saling berhubungan tersebut dapat dipecahkan dengan **distribusi kai-kuadrat** (*chi-square distribution*) yang ditemukan oleh Karl Pearson dengan simbol χ^2 . Uji Chi-Square digunakan untuk menguji apakah terdapat perbedaan signifikan antara jumlah objek yang diobservasi dengan jumlah yang diharapkan.

Pendahuluan

Persoalan-persoalan yang akan diselesaikan dengan pengujian chi-square diantaranya adalah : menguji proporsi untuk data multinom, menguji kesamaan rata-rata dsitribusi Poisson, menguji independen antara dua faktor di dalam tabel kontingensi $B \times K$, menguji kesesuaian antara data hasil pengamatan dengan model distribusi dari mana data itu diduga diambil, dan menguji model distribusi berdasarkan data hasil pengamatan.

Definisi

Distribusi chi kuadrat merupakan metode pengujian hipotesa terhadap perbedaan lebih dari 2 proporsi.

Contoh: manajer pemasaran suatu perusahaan ingin mengetahui apakah perbedaan proporsi penjualan produk baru dari perusahaannya pada 3 daerah pemasaran yang berbeda disebabkan karena faktor kebetulan atautkah disebabkan karena faktor lain, sehingga preferensi terhadap produk baru pada 3 daerah pemasaran tersebut berbeda.

Uji Chi Square

Tujuan uji chi kuadrat (baca: kai kuadrat)

uji chi kuadrat digunakan untuk 2 tujuan:

1. Uji keselarasan fungsi (goodness-of- fit test)
2. Uji tabel kontingensi (contingency table test)

Uji Keselarasan Fungsi (goodness-of-fit test)

Uji keselarasan fungsi bertujuan :

- untuk mengetahui apakah distribusi dari hasil-hasil yg teramati pada suatu percobaan terhadap sampel mendukung suatu distribusi yang telah dihipotesiskan pada populasi.
- Untuk menguji apakah frekwensi yang diobservasi memang konsisten dengan frekwensi teoritisnya? Apabila konsisten atau tidak terdapat perbedaan yg nyata, maka hipotesa diterima (terima H_0). Sebaliknya apabila tidak terdapat konsistensi, maka hipotesa ditolak (terima H_a)

Uji Tabel Kontingensi (uji independensi)

Tujuan uji tabel kontingensi :

untuk mengetahui apakah data terklasifikasi silang (cross-classified) secara independen (tidak saling terikat) atau tidak.

Prosedur Uji Chi Square

Prosedur pengujian :

- Pernyataan H_0 dan H_a

- Uji keselarasan fungsi

- H_0 : populasi yang sedang dikaji memenuhi / selaras dengan suatu pola distribusi probabilitas yg ditentukan.

- H_a : populasi yang tidak memenuhi distribusi yang ditentukan tersebut.

- Uji tabel kontingensi

- H_0 : dua variabel yang sedang dikaji saling independen (tidak terikat).

- H_a : dua variabel tersebut tidak saling independen atau kedua variabel tersebut saling terikat satu sama lainnya / dependen

Prosedur Uji Chi Square

- Penentuan taraf nyata (level of significant) = α . Biasanya digunakan $\alpha = 0,01$ atau $\alpha = 0,05$.
- Penentuan daerah penerimaan H_0 dan H_a . dalam pengujian ini yang digunakan adalah distribusi probabilitas chi kuadrat yang disajikan dalam bentuk tabel, yang dapat ditentukan dengan mengetahui :
 1. Pada uji keselarasan fungsi: $df = k - 1$ dimana $k =$ jumlah outcome/observasi
 2. Pada tabel kontingensi: $df = (r - 1)(c - 1)$ Dimana $r =$ jumlah baris dalam tabel $c =$ jumlah kolom dalam tabel

Prosedur Uji Chi Square

- Batas – batas daerah penolakan/batas kritis uji, misalnya dari tabel untuk $\alpha = 0,01$; $df = 3-1 = 2$; diperoleh chi kuadrat = 9,21
- Aturan keputusan: Tolak H_0 dan terima H_a jika RU (rasio uji) chi kuadrat > 9,21. Jika tidak demikian terima H_0
- Perhitungan rasio uji
- Pengambilan keputusan

Uji keselarasan fungsi (goodness-of-fit test)

Soal uji keselarasan fungsi

Mikroprosesor “P”, “D” dan “C” selama ini masing-masing menguasai 50%, 30%, dan 20% mikroprosesor untuk keperluan pribadi (personal komputer). Pembuat mikroprosesor “C” baru saja meluncurkan produk seri terbaru mikroprosesornya dan ingin mengetahui perkiraan tanggapan pasar atas produk baru tersebut.

Uji keselarasan fungsi (goodness-of-fit test)

Perusahaan tersebut mengadakan survey dengan mengambil sampel acak sebanyak 200 pengguna komputer pribadi yang familier dengan produk seri baru “C” dan juga mikroprosesor pesaing yang lainnya. Perusahaan ini ingin mengetahui apakah produk barunya ini akan mengubah persentase pangsa pasar mikroprosesor. Data survey adalah sebagai berikut: 74 memilih mikroprosesor “P”, 62 memilih “D” dan 64 memilih “C” seri baru.

Ujilah dengan $\alpha = 5\%$ hipotesa untuk kasus diatas !

Menguji Proporsi Data Multinom

Menguji Proporsi

Dari sebuah eksperimen yang menghasilkan peristiwa-peristiwa atau kategori-kategori A_1, A_2, \dots, A_k yang saling terpisah masing-masing dengan peluang $p_1 = P(A_1), p_2 = P(A_2), \dots, p_k = P(A_k)$ akan diuji dengan pasangan hipotesis :

$H_0 : p_i = p_{i0}, i = 1, 2, \dots, k$, dengan p_{i0} sebuah harga yang diketahui

$H_1 : p_i \neq p_{i0}$

Pengujian dilakukan dengan menggunakan data dari sebuah sampel acak berukuran n yang di dalamnya ada hasil pengamatan O_i dari kategori pertama (A_1), O_2 dari kategori kedua (A_2), ..., O_k dari kategori ke k (A_k).

Dengan harga p_{i0} , kita dapat menghitung masing-masing frekuensi yang diharapkan $E_1 = np_{10}$, $E_2 = np_{20}$, ..., $E_k = np_{k0}$.

Bila disusun pada sebuah tabel akan nampak sebagai Tabel berikut dan merupakan Data Hasil Pengamatan dan Nilai yang Diharapkan pada Beberapa Kategori.

Rumus Uji Chi Square

Kategori	A_1	A_2	...	A_k
Pengamatan	O_i	O_2	...	O_k
Diharapkan	E_1	E_2	...	E_k

Untuk menguji pasangan hipotesis di atas digunakan statistik uji : $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

dengan dk = (k - 1). Kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $\chi^2 \geq \chi_{(1-\alpha)(k-1)}^2$
dalam hal lain H_0 diterima.

Contoh

Suatu percobaan telah dilakukan terhadap sebuah dadu yang dilempar sebanyak 120 kali. Dari pelemparan itu dihasilkan 16 nampak muka bermata satu, 24 mata dua, 23 mata tiga, 15 mata empat, 17 mata lima, dan 25 mata enam. Kita tahu bahwa peluang nampak salah satu permukaan dadu homogin masing-masing = $1/6$.

Di sini akan diuji apakah dadu tersebut homogin atau tidak.

Penyelesaian:

Pasangan hipotesis :

$$H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_6 = 1/6$$

H_1 : paling sedikit satu tanda tidak sama dengan

Jika H_0 benar, yaitu apabila dadu itu homogin, kita harapkan akan didapat :

$$A_1 \text{ (muka mata satu)} = 120 \times 1/6 = 20, A_2 \text{ (muka mata dua)} = 120 \times 1/6 = 20$$

$$A_3 \text{ (muka mata tiga)} = 120 \times 1/6 = 20, A_4 \text{ (muka mata empat)} = 120 \times 1/6 = 20$$

$$A_5 \text{ (muka mata lima)} = 120 \times 1/6 = 20, A_6 \text{ (muka mata enam)} = 120 \times 1/6 = 20$$

Penyelesaian

Jadi diperoleh

Muka	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
Pengamatan	16	24	23	15	17	25
Diharapkan	20	20	20	20	20	20

Hasil Perhitungan :

$$\chi^2 = \frac{(16 - 20)^2}{20} + \frac{(24 - 20)^2}{20} + \frac{(23 - 20)^2}{20} + \frac{(15 - 20)^2}{20} + \frac{(17 - 20)^2}{20} + \frac{(25 - 20)^2}{20}$$
$$= 5,00$$

Dengan $\alpha = 0,05$ dan derajat bebas = $6 - 1 = 5$, dari tabel distribusi chi-square diperoleh :

$$\chi_{0,95}^2 = 11,1 \quad \text{yang lebih besar dari } \chi^2 = 5$$

Hasil pengujian tidak berarti atau non-signifikan dan hipotesis H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa dadu itu homogen.