



10

UJI HIPOTESIS

Statistik menurut para ahli

■ Deskriptif

- Menghitung ukuran **tendensi central** (mean, median dan modus) dan **ukuran dispersi** (range, mean deviasi, SD)
- Penelitian deskriptif tidak untuk menguji hipotesis

■ Inferensial

- Biasanya disebut analisis inferensial
- Analisis data dilakukan dengan menguji hipotesis penelitian melalui statistik sampel

HIPOTESIS

- Hipotesis : Kesimpulan sementara atau dugaan logis tentang keadaan populasi
- Secara statistik Hipotesis menyatakan parameter populasi dari suatu variabel yang terdapat dalam populasi dan dihitung berdasarkan statistik sampel.
- Karena merupakan dugaan sementara, maka hipotesis mungkin benar, tetapi mungkin juga tidak benar

PENGUJIAN HIPOTESIS

- Tujuan pengujian hipotesis adalah kita ingin **mendapatkan kesimpulan** mengenai suatu populasi berdasarkan sampel yang kita miliki.
- Bila kita ingin mengetahui pendapat mahasiswa Darmajaya tentang Program PKPM dan menanyakan kepada seluruh mahasiswa → sensus → analisis deskriptif → tidak perlu uji hipotesis.
- Tetapi bila kita hanya **mengambil sampel** mahasiswa → uji hipotesis → untuk membuktikan jawaban dari sampel **bisa mewakili** jawaban seluruh mahasiswa

PENGUJIAN HIPOTESIS

Kesimpulan dari pengujian hipotesis secara statistik hanya berupa **menerima atau menolak** hipotesis dan ini tidak membuktikan kebenaran hipotesis karena **statistika sama sekali tidak melakukan pembuktian**

PENGUJIAN HIPOTESIS

- **Penerimaan** suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENOLAK** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU BENAR**
- **Penolakan** suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENERIMA** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU SALAH**

Landasan penerimaan dan penolakan hipotesis seperti ini, yang menyebabkan para statistikawan atau peneliti mengawali pekerjaan dengan terlebih dahulu membuat *hipotesis yang diharapkan ditolak, tetapi dapat membuktikan bahwa pendapatnya dapat diterima*

PENGUJIAN HIPOTESIS

Contoh 1

- Sebuah pabrik obat memproduksi obat baru dan mengklaim bahwa obat tersebut lebih ampuh dibanding dengan obat yang beredar sekarang
- Hipotesis awal : Obat baru tidak lebih baik daripada obat yang beredar sekarang.

Manajemen pabrik tersebut akan mengambil sampel untuk menguji kemampuan obat tersebut dan berharap **hipotesis awal ini ditolak**, sehingga pendapatnya dapat diterima!

PENGUJIAN HIPOTESIS

Contoh 2

- Aria Gusti M.Kes, seorang dosen di TI Darmajya memperbaiki metoda pembelajaran dalam mata kuliah yang dia ampu. Ia berpendapat setelah perbaikan metoda pembelajaran maka rata-rata nilai ujian mahasiswa naik. Bagaimana ia menyusun hipotesis awal penelitiannya?
- Hipotesis awal : Tidak ada perbedaan rata-rata nilai ujian mahasiswa sebelum dan sesudah perbaikan metoda pembelajaran

Dosen tersebut berharap **hipotesis awal ini ditolak**, sehingga membuktikan bahwa pendapatnya benar!

PROSEDUR PENGUJIAN HIPOTESIS

1. Rumuskan hipotesis yang akan diuji : H_0 dan H_a
2. Tentukan derajat kemaknaan (α) atau kesalahan tipe 1
3. Tentukan **uji statistik** yang akan digunakan (z atau t)
4. Tentukan nilai titik kritis atau daerah penerimaan – penolakan H_0
5. Hitung nilai **statistik sampel** dengan uji statistik pada derajat kemaknaan yg telah ditentukan
6. Buatlah kesimpulan yang tepat pada populasi bersangkutan → **menerima atau menolak H_0**

STEP 1 : RUMUSKAN HIPOTESIS UJI (H_0 DAN H_a)

- Pada pengujian hipotesis, parameter yang akan kita uji disebut **hipotesis nol** $\rightarrow H_0$ yang secara statistik berarti tidak ada perbedaan antara kedua variabel yang dibandingkan.
- Bila dalam uji statistik kita menolak hipotesis nol, berarti ada hipotesis lain yang diterima. Hipotesis ini disebut **hipotesis alternatif** $\rightarrow H_a$ yang sifatnya berlawanan dengan hipotesis nol.

Satu Populasi

$$H_0 : \mu = 500$$

$$H_a : \mu \neq 500$$

Dua Populasi

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 > \mu_2$$

HIPOTESIS NOL DAN HIPOTESIS ALTERNATIF

H_o -> Hipotesis Nol

H_a -> Hipotesis Alternatif

- Hipotesis selalu menyinggung parameter atau karakteristik populasi daripada karakteristik sampel.
- Artinya populasi, bukan sampel, bahwa kita ingin membuat sebuah kesimpulan (***inference***) dari data yang terbatas.

CONTOH HIPOTESIS

- Untuk menguji apakah ada perbedaan rata-rata hasil UTS Statistik mahasiswa pagi dengan sore.

$$H_0 \rightarrow u_1 = u_2$$

Tidak ada perbedaan rata-rata hasil UTS Statistik antara mahasiswa pagi dengan sore.

$$H_a \rightarrow u_1 > u_2 \text{ atau } u_1 < u_2 \text{ (**satu arah**)}$$

Rata-rata hasil UTS Statistik mahasiswa Pagi lebih besar dari Sore atau sebaliknya.

$$H_a \rightarrow u_1 \neq u_2 \text{ (**dua arah**)}$$

Ada perbedaan rata-rata hasil UTS Statistik antara mahasiswa pagi dengan sore.

STEP 2 : TENTUKAN DERAJAT KEMAKNAAN

Keputusan	Ho benar	Ho salah
Tolak Ho	Salah tipe I (α)	Tepat ($1-\beta$)
Terima Ho	Tepat ($1-\alpha$)	Salah tipe II (β)

Probabilitas Kesalahan Tipe I (α) \rightarrow adalah probabilitas menolak H_0 ketika H_0 benar (***Significance level*** / derajat kemaknaan)

Probabilitas Kesalahan Tipe II (β) \rightarrow adalah probabilitas menerima H_0 ketika H_0 salah

DERAJAT KEMAKNAAN (*SIGNIFICANCY LEVEL*)

- Tidak ada ketentuan yang baku untuk besarnya derajat kemaknaan.
- Tetapi yang lazim digunakan adalah :

$\alpha = 0,05$ (CI=95%) atau $\alpha = 0,01$ (CI=99%)

CI = Confidence Interval (Tingkat Kepercayaan)

= komplement dari α

= $1 - \alpha$

P-value (*observed significance level*)

- Peluang variabel yang dibandingkan pada sampel berbeda secara bermakna pada derajat kepercayaan yang telah ditetapkan → simbol (**p**) value → actual significance level.
- Bandingkan **p** –value hasil uji statistik dengan **α**

Jika : $P < \alpha \rightarrow$ Tolak H_0

Dan jika : $P > \alpha \rightarrow$ Gagal tolak H_0

STEP 3 : TENTUKAN UJI STATISTIK

Beberapa Uji Hipotesis pada Statistika Parametrik

1. Uji rata-rata dari **sampel besar** → **Uji z 1 sampel**
2. Uji rata-rata dari **sampel kecil** → **Uji t 1 sampel**
3. Uji beda rata-rata dari **2 sampel besar** → **Uji z 2 sampel**
4. Uji beda rata-rata dari **2 sampel kecil** → **Uji t 2 sampel**

NILAI UJI STATISTIK (RATA-RATA)

H_0	Uji Statistik	H_1	Daerah Kritis
$\mu = \mu_0$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ <p>σ diketahui</p>	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$Z < -z_\alpha$ $Z > z_\alpha$ dan $Z < -z_{\alpha/2}$ dan $Z > z_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad v = n - 1$ <p>σ tidak diketahui</p>	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$T < -t_{\alpha, v}$ $T > t_{\alpha, v}$ dan $T < -t_{\alpha/2, v}$ dan $T > t_{\alpha/2, v}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}}$ <p>σ_1 dan σ_2 diketahui</p>	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$Z < -z_\alpha$ $Z > z_\alpha$ dan $Z < -z_{\alpha/2}$ dan $Z > z_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$ $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ <p>$v = n_1 + n_2 - 2$ $\sigma_1 = \sigma_2$ dan tidak diketahui</p>	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$T < -t_{\alpha, v}$ $T > t_{\alpha, v}$ dan $T < -t_{\alpha/2, v}$ dan $T > t_{\alpha/2, v}$

NILAI UJI STATISTIK (RATA-RATA)

Ho	Uji Statistik	H1	Daerah Kritis
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$T' = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$ $v = \frac{\left(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2 \right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n_1 \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(S_2^2/n_2 \right)^2}{n_2 - 1}}$ <p>$\sigma_1 \neq \sigma_2$ dan tidak diketahui</p>	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$T' < -t_{\alpha, v}$ $T' > t_{\alpha, v}$ $T' < -t_{\alpha/2, v}$ dan $T' > t_{\alpha/2, v}$
$\mu_D = d_0$	$T = \frac{\bar{d} - d_0}{S_d / \sqrt{n}}$ <p>$v = n - 1$ Pengamatan yang dipasangkan</p>	$\mu_D < d_0$ $\mu_D > d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$T < -t_{\alpha, v}$ $T > t_{\alpha, v}$ $T < -t_{\alpha/2, v}$ dan $T > t_{\alpha/2, v}$

NILAI UJI STATISTIK (VARIANSI)

H₀	Uji Statistik	H₁	Daerah Kritis
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F < f_{1-\alpha} ; (v_1, v_2)$ $F > f_{\alpha} ; (v_1, v_2)$ $F < f_{1-\alpha/2}; (v_1, v_2)$ dan $F > f_{\alpha/2} ; (v_1, v_2)$

4. TENTUKAN DAERAH PENERIMAAN-PENOLAKAN H_0

1. Uji satu arah (*one tail*)

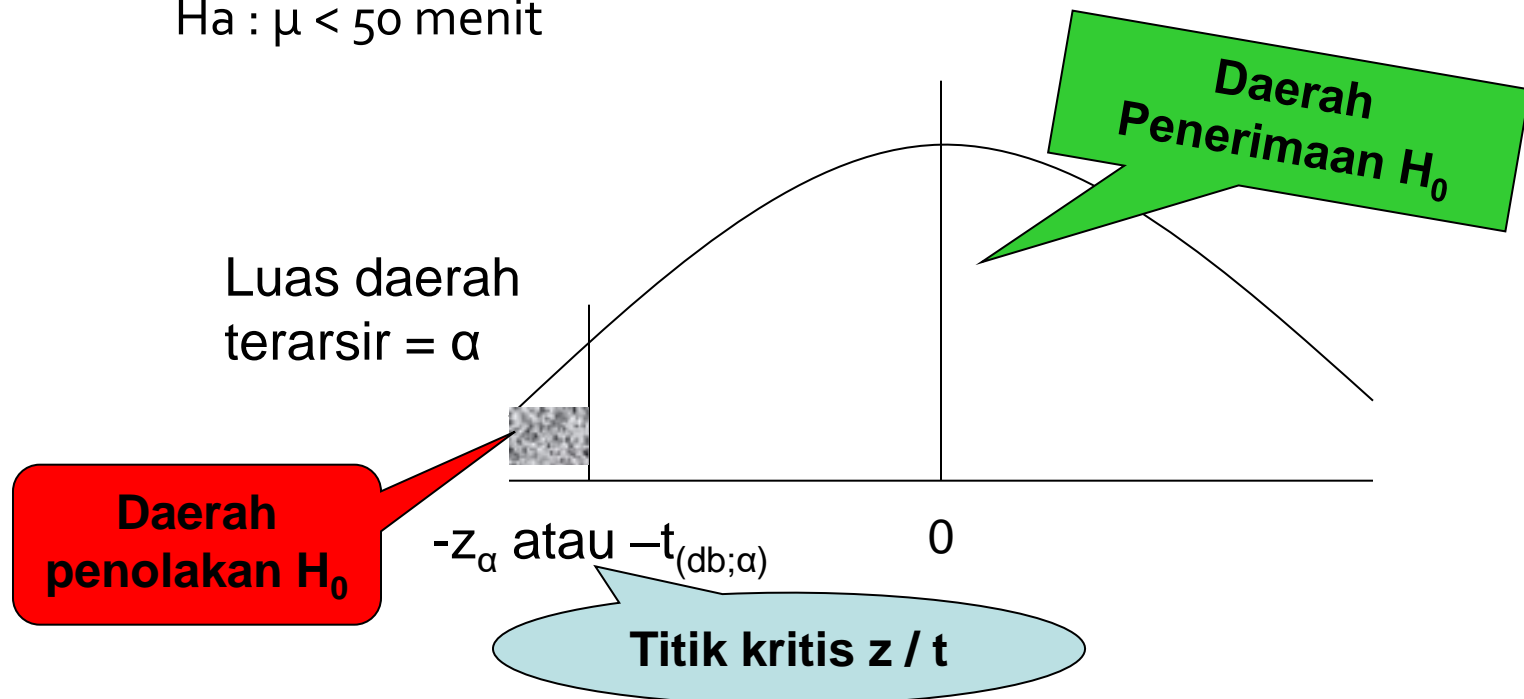
H_0 : Ditulis dalam bentuk persamaan (=)

H_a : Ditulis dalam bentuk (>) atau (<)

Contoh uji satu arah :

a. $H_0 : \mu = 50$ menit

$H_a : \mu < 50$ menit

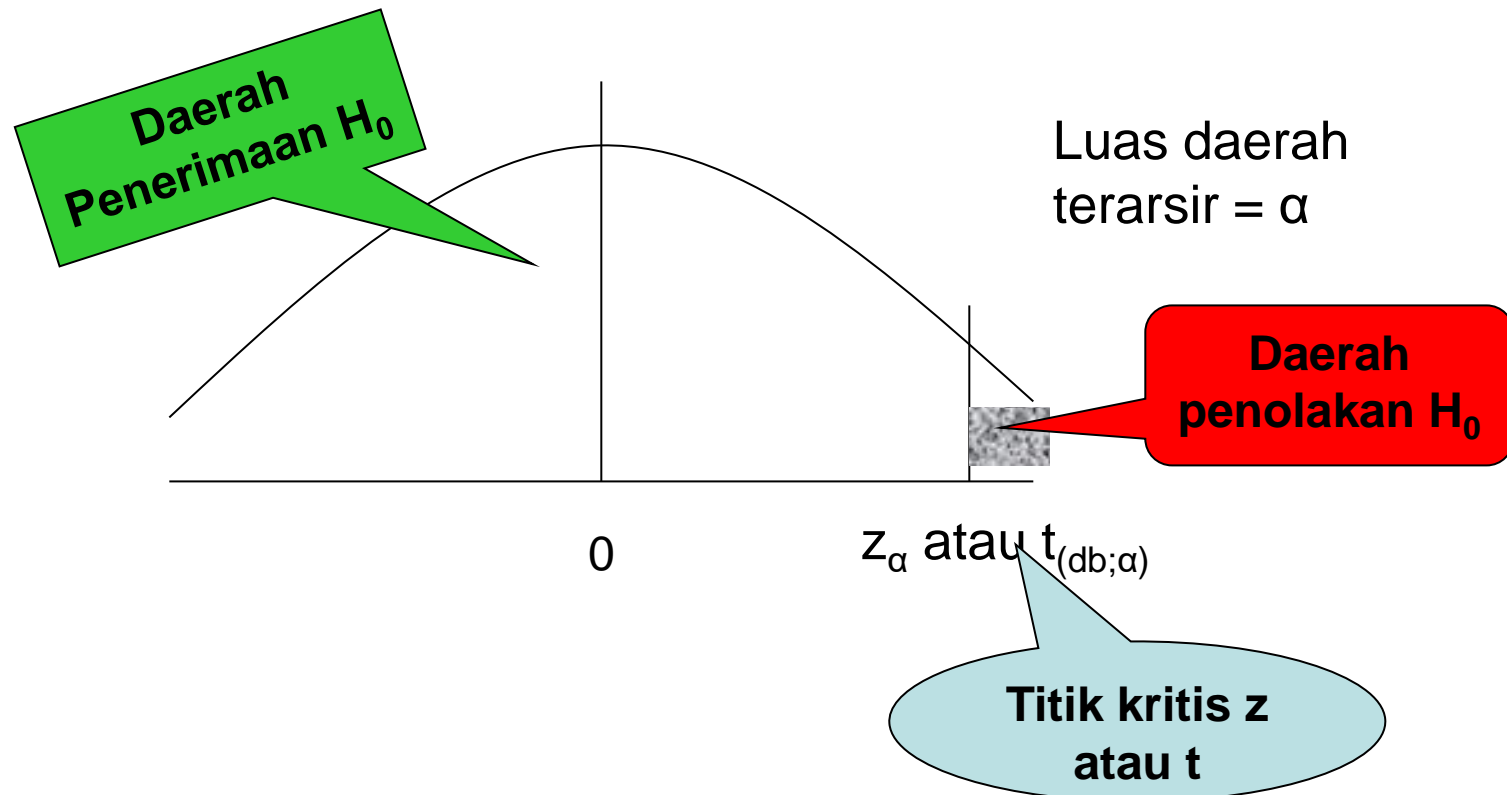


ARAH PENGUJIAN HIPOTESIS

1. Uji satu arah (*one tail*)

b. $H_0 : \mu = \mu_0$ menit

$H_a : \mu > \mu_0$ menit

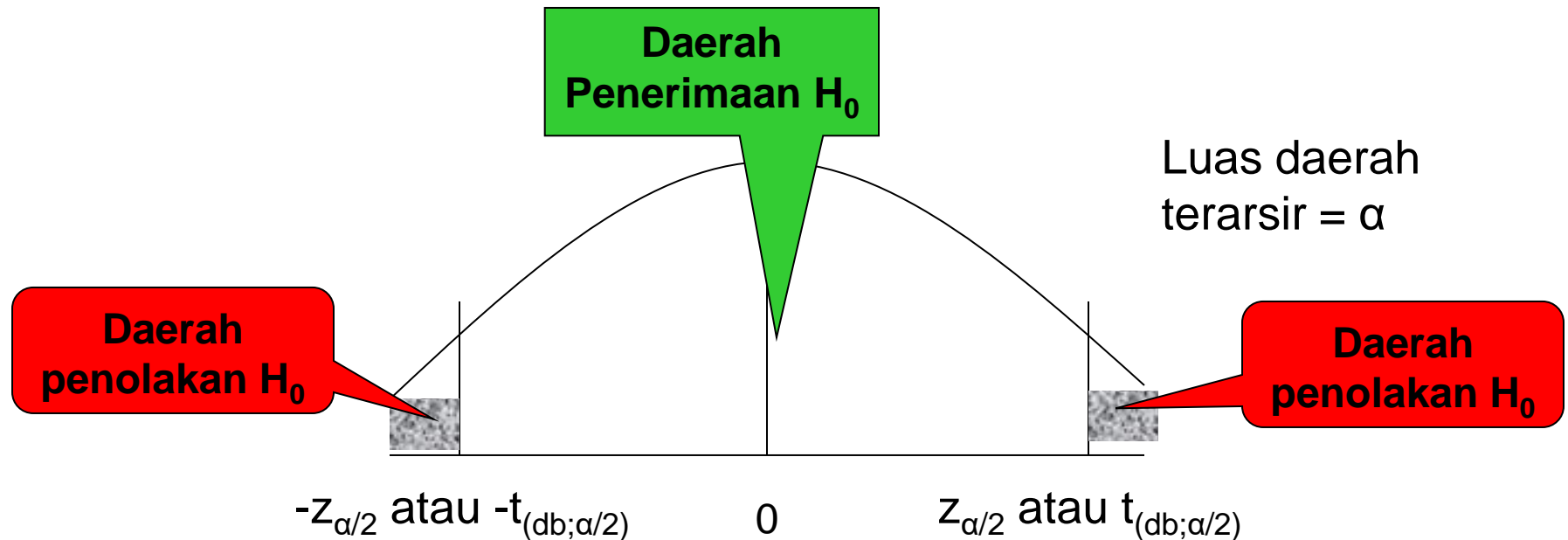


ARAH PENGUJIAN HIPOTESIS

2. Uji dua arah (*two tail*)

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ menit}$$

$$H_a : \mu \neq \mu_0 \text{ menit}$$



Nilai z-tabel

$Z_{\alpha} \rightarrow$ Nilai z tabel pada α tertentu

$$\square Z_{5\%} = Z_{0,05} = 1,645$$

$$\square Z_{1\%} = Z_{0,10} = 2,33$$

$$\square Z_{2,5\%} = Z_{0,025} = 1,96$$

$$\square Z_{0,5\%} = Z_{0,005} = 2,575$$

Nilai t-tabel

$t_{db;\alpha}$ → Nilai t tabel pada α dan derajat bebas (db)

□ db = derajat bebas = *degree of freedom* (df)

satu populasi → $db = n - 1$

dua populasi → $db = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$
 $= n_1 + n_2 - 2$

Nilai t-tabel

- Diketahui : $n = 99$; $\alpha = 0,05$
- berapa nilai t-tabel (titik kritis)

$$db = n - 1 = 98$$

t-table uji 2 arah

db \ α	0,5	0,01	0,05
1			
...
98			1,98

Nilai t-tabel

- Diketahui : $n_1 = 10$; $n_2 = 13$; $\alpha = 0,05$
berapa nilai t-tabel (titik kritis)

$$db = n_1 + n_2 - 2 = (10 + 13) - 2 = 21$$

t-table uji 2 arah

db \ α	0,5	0,01	0,05
1			
...
21			2,08

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 3

Suatu populasi berupa pelat baja yang diproduksi suatu perusahaan memiliki rata-rata panjang 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Sesudah berselang 3 tahun, teknisi perusahaan meragukan hipotesis mengenai rata-rata panjang pelat baja tersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis tersebut, diambil suatu sampel acak sebanyak 100 unit pelat baja dari populasi di atas, dan diperoleh hasil perhitungan bahwa rata-rata panjang pelat baja adalah 83 cm dan standard deviasinya tetap. Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata-rata panjang pelat baja yang dihasilkan perusahaan itu sama dengan 80 cm pada tingkat signifikan $\alpha = 5\%$?

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Jawaban:

Rumusan hipotesis statistik yang diuji adalah

$$H_0 : \mu_0 = 80$$

$$H_1 : \mu_0 \neq 80$$

Uji yang dilakukan adalah uji dua arah dengan tingkat signifikan $\alpha = 0.05$, dan nilai kritisnya $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025}$

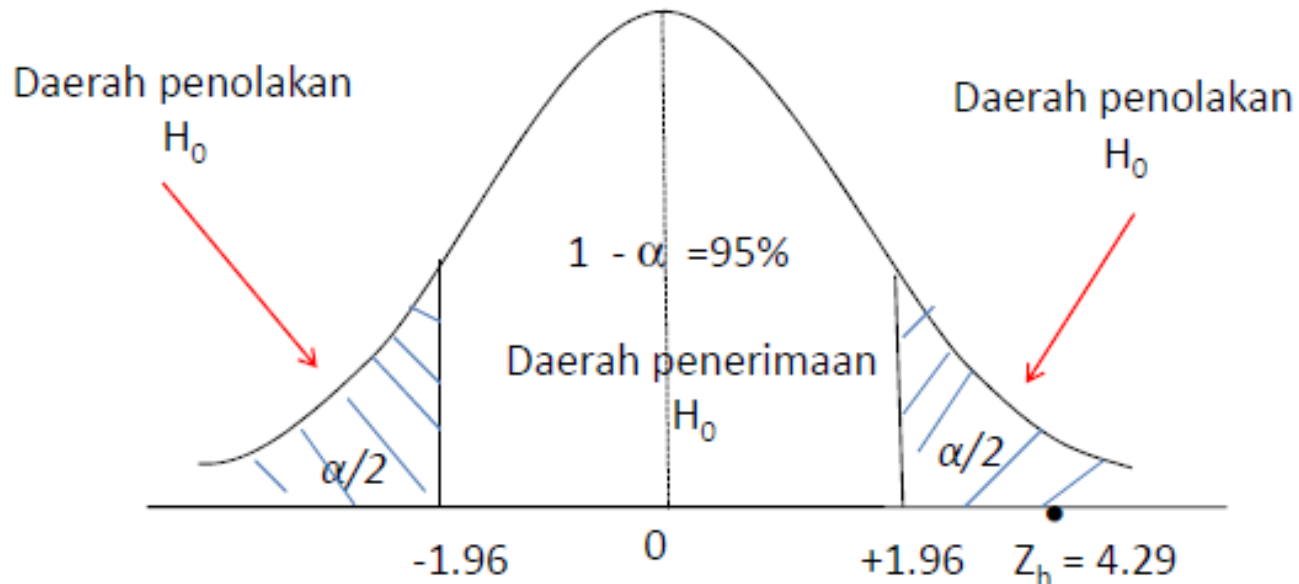
Dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.025} = 1.96$

Sampel berukuran besar $n = 100$ dan $x = 83$

$$Z_k = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_x} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{83 - 80}{7 / \sqrt{100}} = 4.29$$

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Kesimpulan, karena nilai statistik uji Z_h jatuh di daerah penolakan H_0 , yaitu $4.29 > 1.96$, maka hipotesis H_0 ditolak, dan menerima H_1 . Artinya pada $\alpha = 5\%$ ada perbedaan signifikan dari rata-rata 83 cm yang dihitung dari sampel dengan nilai rata-rata 80 cm yang dihipotesiskan.



Gambar Uji dua arah untuk $H_0 : \mu_0 = 83$

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 4.

Misalkan pada Contoh 3 di atas ditambah data bahwa teknisi perusahaan telah menemukan metode baru memperpanjang pelat baja paling sedikit 2 cm, simpangan bakunya tetap.

Untuk menguji hipotesis tersebut, diambil sampel acak sebanyak 100 unit pelat baja dari populasi itu dan diperoleh rata-rata panjang pelat baja = 83 cm. Dengan tingkat signifikansi 5%, apakah ada alasan menganggap bahwa hasil pelat baja dengan metode baru tersebut memang lebih panjang daripada hasil yang diperoleh dengan metode lama?

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Jawaban:

Rumusan hipotesis statistik berubah menjadi

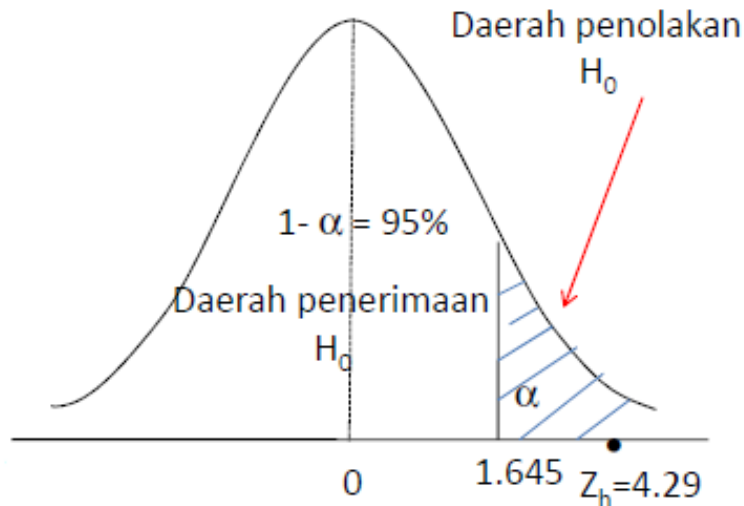
$$H_0 : \mu_0 = 80$$

$$H_1 : \mu_0 > 80$$

Uji yang dilakukan adalah uji satu arah dengan $\alpha = 5\%$. Nilai kritisnya adalah $Z_{\alpha} = Z_{0.05}$, dan dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.05} = 1.645$.

Nilai uji statistik tidak berubah, yaitu $Z = 4.29$. Nilai statistik ini Z_h berada di daerah penolakan H_0 , yaitu $4.29 > 1.645$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis tandingan diterima. Artinya, pada tingkat signifikansi 5% ada perbedaan yang signifikan antara rata-rata sampel 83 cm dengan nilai rata-rata yang dihipotesiskan, yaitu 80.

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA



Gambar Uji satu arah untuk H_0

Dengan kata lain, pada tingkat signifikansi 5% terbukti metode baru tersebut menghasilkan pelat baja yang lebih panjang. Jadi, tambahan pelat baja sepanjang 2 cm dengan metode yang baru tersebut dapat diterima.

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 5.

Suatu pabrik rokok tertentu menyatakan bahwa rata-rata kadar nikotin rokoknya tidak melebihi 2.5 mg. Tuliskan rumusan hipotesis statistiknya.

Jawaban: Pernyataan tadi seharusnya hanya akan ditolak bila μ lebih besar dari 2.5 mg dan seharusnya diterima bila μ lebih kecil dari 2.5 mg. Karena hipotesis nol selalu dinyatakan sebagai nilai parameter tunggal, maka rumusan hipotesisnya adalah

$$H_0 : \mu = 2.5$$

$$H_1 : \mu > 2.5$$

Kendati hipotesis nol memakai tanda sama dengan, tetapi tanda ini mencakup semua nilai yang tidak dicakup oleh hipotesis tandingan. Karena itu penerimaan H_0 tidak berarti μ tepat sama dengan 2.5 mg melainkan bahwa tidak cukup kenyataan untuk mendukung H_1 .

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 6.

Suatu perumahan menyatakan bahwa 60% dari rumah tinggal yang dibangun memakai bahan batu alam. Untuk menguji pernyataan itu maka suatu sampel besar rumah disigi, proporsi rumah yang memakai bahan batu alam dicatat dan dipakai sebagai uji statistik. Rumuskan hipotesis statistiknya.

Jawaban: Bila uji statistik jauh lebih besar daripada $p = 0.6$, maka kita tolak pernyataan tadi. Jadi, seharusnya kita menguji

$$H_0 : p = 0.6$$

$$H_1 : p \neq 0.6$$

Metode uji yang dilakukan adalah uji dua arah.

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 7.

Suatu sampel acak catatan 100 kematian di AS selama tahun lalu menunjukkan rata-rata usia mereka 71.8 tahun.

Andaikan simpangan bakunya 8.9 tahun, apakah ini menunjukkan bahwa rata-rata usia dewasa ini lebih dari 70 tahun? Gunakan tingkat signifikan 5%.

Jawaban: Rumusan hipotesis statistiknya adalah

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Uji yang dilakukan adalah uji satu arah dengan $\alpha = 5\%$. Nilai kritisnya adalah $Z_{\alpha} = Z_{0.05}$, dan dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.05} = 1.645$.

Sampel berukuran besar $n = 100$ dan $\bar{X} = 71.8$

$$Z_k = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_x} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = 2.02$$

Keputusan: karena nilai statistik uji Z_h jatuh di daerah penolakan H_0 , yaitu $2.02 > 1.645$, maka hipotesis H_0 ditolak, dan simpulkan bahwa rata-rata usia dewasa orang AS melebihi 70 tahun.

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Contoh 8.

(Bila σ^2 tidak diketahui) Rata-rata waktu yang dibutuhkan oleh mahasiswa untuk mendaftar ulang pada awal semester di Universitas A pada semester yang lalu sekitar 45 menit. Suatu pendaftaran baru dengan memakai komputer yang dilengkapi dengan software sedang dicobakan yang diharapkan dapat mengurangi waktu pendaftaran mahasiswa dibandingkan dengan cara lama. Untuk itu diambil sampel acak sebanyak 10 mahasiswa yang telah mendaftar pada semester berikutnya dengan memakai cara pendaftaran baru tersebut. Ternyata, rata-rata waktu yang diperlukan untuk mendaftar adalah sekitar 35 menit dengan simpangan baku 9.5 menit. Apakah anda percaya dengan tingkat signifikan 1% rata-rata waktu mendaftar ulang kurang dari 45 menit dengan sistem yang baru?

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA

Jawaban:

Karena simpangan baku populasi tidak diketahui, maka simpangan baku diambil dari sampel, dan distribusi yang digunakan adalah distribusi t.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Hipotesis statistik:

$$H_0 : \mu = 45$$

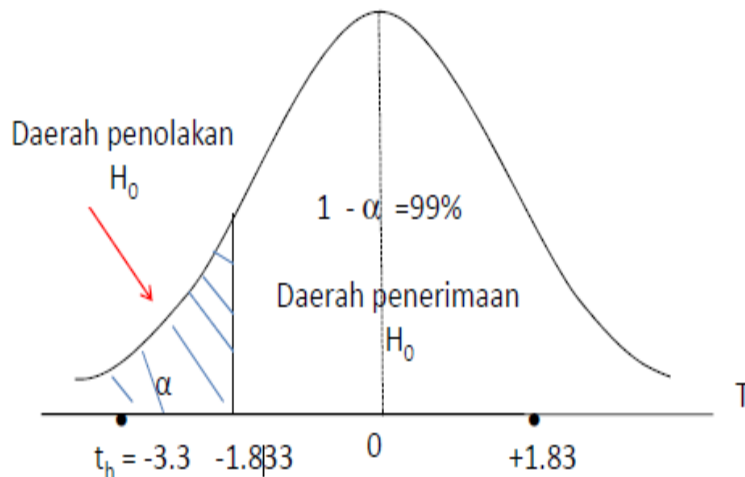
$$H_1 : \mu < 45$$

Nilai $\alpha = 0.01$ dan derajat kebebasan $v = n - 1 = 10 - 1 = 9$. Dari tabel t, dengan derajat kebebasan 9 diperoleh $t_{0.01} = 2.821$

Statistik uji yang dipakai adalah

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{35 - 45}{9.5 / \sqrt{10}} = -3.3$$

CONTOH-CONTOH UJI HIPOTESA



Gambar Uji satu arah untuk $H_0 : \mu_0 = 45$

Karena nilai $t = -3.3$ negatif, maka kita pakai nilai kritis t yang negatifnya, yaitu $t = -2.821$. Uji hipotesis yang dilakukan adalah uji satu arah. Untuk $\alpha = 0.01$, nilai $-3.3 < -2.821$, yaitu nilai t berada pada daerah penolakan H_0 .

Keputusan: tolak H_0 dan simpulkan bahwa waktu yang dibutuhkan untuk mendaftar ulang lebih singkat daripada cara lama.

