

BAGIAN I KONSEP DASAR OPTIMASI

BAB 1 GAMBARAN UMUM DAN KONSEP DASAR OPTIMASI

1.1 Gambaran Umum Optimasi

1.1.1 Pengertian Optimasi

Optimasi adalah salah satu cabang ilmu pengambilan keputusan untuk mendapatkan hasil terbaik di bawah keadaan yang diberikan. Tujuan akhir dari semua aktivitas tersebut adalah meminimumkan usaha (effort) atau memaksimumkan manfaat (benefit) yang diinginkan. Karena usaha yang diperlukan atau manfaat yang diinginkan dapat dinyatakan sebagai fungsi dari variabel keputusan, maka optimasi dapat didefinisikan sebagai proses untuk menemukan kondisi yang memberikan nilai minimum atau maksimum dari sebuah fungsi. Optimasi dapat diartikan sebagai aktivitas untuk mendapatkan nilai minimum suatu fungsi karena untuk mendapatkan nilai maksimum suatu fungsi dapat dilakukan dengan mencari minimum dari negatif fungsi yang sama.

Tidak ada metode tunggal yang dapat dipakai untuk menyelesaikan semua masalah optimasi. Banyak metode optimasi telah dikembangkan untuk menyelesaikan tipe optimasi yang berbeda-beda seperti metode Lagrange. Dalam optimasi diselidiki masalah penentuan suatu titik minimum suatu fungsi pada subset ruang bilangan riil tak kosong. Untuk lebih spesifik dirumuskan sebagai berikut: Misalkan \mathbf{R} ruang bilangan riil dan S subset tak kosong dari \mathbf{R} , dan misalkan $f: S \rightarrow \mathbf{R}$ sebuah fungsi yang diberikan. Kita akan mencari titik minimum f pada S . Sebuah elemen $x \in S$ dikatakan titik minimum f pada S jika

$$f(x) \leq f(x) \text{ untuk semua } x \in S$$

Himpunan S dinamakan himpunan pembatas (constraint set) dan fungsi f dinamakan fungsi objektif. Metode pencari titik optimum juga dikenal sebagai teknik pemrograman matematikal dan menjadi bagian dari penelitian operasional (operations research). Penelitian operasional adalah suatu cabang matematika yang menekankan kepada aplikasi teknik dan metode saintifik untuk masalah-masalah pengambilan keputusan dan pencarian solusi terbaik atau optimal. Teknik pemrograman matematikal sangat berguna dalam pencarian minimum suatu fungsi beberapa variabel di bawah kendala yang ada. Teknik proses stokastik dapat digunakan untuk menganalisis masalah yang didiskripsikan dengan sekumpulan variabel acak dimana distribusinya diketahui. Metode statistikal dapat digunakan untuk menganalisis data eksperimen dan untuk membangun model secara empirik untuk memperoleh representasi yang lebih akurat mengenai situasi fiskal.

1.1.2 Sejarah Perkembangan Metode Optimasi

Sejarah perkembangan optimasi diawali oleh ilmuwan Fermat dan Lagrange menemukan rumus berbasis kalkulus untuk mengidentifikasi hasil yang optimal pada persoalan matematika. Perkembangan selanjutnya ilmuwan Newton dan Gauss mengusulkan metode iteratif numerik bergerak menuju hasil yang optimal untuk menyelesaikan persoalan. George B. Dantzig dan Leonid Kantorovich pada tahun 1939 memperkenalkan istilah "linear programming" untuk kasus-kasus optimasi tertentu. Pemrograman dalam konteks ini tidak mengacu pada pemrograman komputer, tetapi dari penggunaan program oleh militer Amerika Serikat untuk merujuk pada jadwal pelatihan dan logistik yang diusulkan. Dantzig menerbitkan algoritma Simplex pada tahun 1947, dan John von Neumann mengembangkan teori dualitas pada tahun yang sama.

Selanjutnya metode optimasi berkembang tidak saja pada persoalan linier tetapi juga persoalan non-linier, integer, jaringan, dan teori permainan. Untuk memecahkan persoalan optimasi juga telah berkembang yang semula menggunakan yang semula metode interatif manual sekarang ini sudah menggunakan matematik interatif diskrit untuk mendapatkan hasil yang optimal. Perkembangan ini sejalan dengan semakin berkembangnya teknologi computer yang semakin canggih yang mampu menghitung persoalan matematika kompleks dalam waktu yang sangat cepat, keakurasian perhitungan juga semakin tinggi dengan semakin tingginya RAM computer. Software yang digunakan untuk menghitung persoalan optimasi juga semakin banyak, mulai software yang sifatnya umum sampai software yang sifatnya khusus.

1.1.3 Bidang-Bidang Penerapan Optimasi

Metode optimasi dapat digunakan pada kehidupan sehari-hari dari mulai persoalan yang sederhana sampai yang kompleks. Setiap hari kita pasti memutuskan sesuatu mulai bangun tidur sampai tidur lagi. Mulai bangun tidur kita pasti harus memutuskan baju mana yang akan kita pakai, warnanya apa, celananya seperti apa, apakah formal atau non-formal. Untuk memutuskan tersebut maka kita perlu melihat dan mempertimbangkan kegiatan apa yang akan kita lakukan selanjutnya. Tanpa sadar kita telah melakukan optimasi untuk memutuskan baju yang kita pakai. Seringkali pengambilan keputusan yang kita lakukan untuk kegiatan sehari-hari bersifat instinct tanpa ada pertimbangan yang lama dan perhitungan yang kompleks. Jika persoalan yang ingin kita putuskan mempunyai resiko besar tentunya kita akan mempunyai pertimbangan dan perhitungan yang matang karena itu akan berpengaruh pada kerugian atau keuntungan yang besar pula.

Dalam persoalan engineering metode optimasi dapat digunakan dalam rekayasa kimia, biologi dan fisika. Misalnya saja dalam persoalan menentukan kekuatan struktur material berdasarkan beban yang diterima oleh struktur tersebut, maka dalam mendesain kita perlu menentukan ukuran sekecil mungkin tetapi kekuatan struktur berupa modulus dan tahanan masih memenuhi ijin. Dalam persoalan pencampuran bahan maka perlu menentukan komposisi yang tepat sehingga dapat bereaksi dengan sempurna antar bahan satu dengan yang lain dan sisa bahan sekecil mungkin, persoalan ini kadang-kadang sangat sensitive dan beresiko besar jika tidak tepat

komposisinya dapat menghasilkan racun atau ledakan yang membahayakan laboran sehingga perlu metode untuk mengoptimalkannya. Contoh-contoh optimasi dibidang engineering yang lain masih banyak.

Dalam persoalan ekonomi metode optimasi dapat digunakan ekonomi mikro dan makro. Ekonomi mikro membahas masalah produksi, distribusi dan transportasi industry sedangkan ekonomi makro membahas masalah kebijakan pemerintah. Persoalan produksi tentu saja selalu berhubungan dengan komposisi raw material dan biaya yang diperlukan, setiap aktivitas produksi tentu pingin menghasilkan barang yang murah tetapi masih memenuhi standar yang diterima regulasi, sehingga harganya dapat bersaing dipasaran. Persoalan distribusi barang dari pabrik ke konsumen memerlukan perhitungan yang tepat, jumlah produksi dan permintaan pasar perlu disesuaikan sehingga barang yang kita produksi sesuai dengan kebutuhan pasar, disamping itu kita perlu membuat sarana transportasi seoptimal mungkin sehingga dapat menghemat banyak biaya. Contoh-contoh optimasi dibidang ekonomi yang lain masih banyak.

Dalam persoalan social politik metode optimasi dapat digunakan dalam merancang strategi pengambilan keputusan dengan dampak positif yang banyak dan dampak negative yang rendah.

Misalnya saja dalam hal penentuan strategi untuk memenangkan dalam kontestasi pemilihan parlemen maka dapat dihitung dengan metode optimasi, variable yang dipakai dapat berupa strategi di daerah pemilihanya apakah menggunakan kampanye simpatik atau non simpatik, tujuannya mendapatkan suara pemilih sebanyak-banyaknya. Dalam persoalan social dapat dirancang kebijakan social dapat digunakan sebagai alat rekayasa social sehingga gesekan antara perbedaan SARA dapat diminimalisir, ini tidak terlepas dari persoalan optimasi. Contoh-contoh optimasi dibidang social politik yang lain masih banyak.

1.2 Komponen-Komonen Optimasi

1.2.1 Variabel Optimasi

Variable adalah harga-harga / nilai-nilai yang dicari dalam proses optimasi. Variable ini masuk dalam proses perhitungan atau fungsi objektif atau batasan sehingga variable ini sangat berpengaruh dalam proses optimasi. Ditinjau dari jenisnya, variable di kelompokkan menjadi:

- | | |
|---|--|
| a. Variabel Bebas (independent Variabels):
variable yang berdiri sendiri tidak tergantung variabel yang lainnya.
Contoh: L, B, T, H, Vs | Variabel Tak Bebas (dependent Variabels):
variable yang tidak dapat berdiri sendiri satu dengan yang lainnya.
Contoh: L/B, B/T, $\frac{V}{\sqrt{L}}$ |
| b. Variabel Tunggal (Uni Variabel): dalam proses optimasi hanya dicari satu nilai saja. | Variabel Ganda (Multy Variables): nilai yang dicari lebih dari satu. |
| c. Variabel Kontinyu (Continuous Variables): variable yang mempunyai nilai discrate dalam area / range tertentu. | Variabel Tertentu (Integer Variable): variable yang mempunyai nilai bilangan bulat. |

Contoh: kecepatan kapal, lebar kapal dan lain-lain.

Contoh: jumlah daun baling-baling, jumlah bantalan poros dan lain-lain.

1.2.2 Konstata

Konstanta adalah besaran fisika yang tidak berubah yang kita masukan dalam perhitungan persoalan optimasi dan perhitungan yang lain.

Contoh: percepatan gravitasi bumi, berat jenis air laut, kekentalan air laut, bilangan pi pada lingkaran dan lain sebagainya.

1.2.3 Parameter Optimasi

Parameter adalah besaran yang kita diberikan yang tidak berubah selama satu kali atau selama proses perhitungan optimasi. Besaran ini hampir sama dengan konstanta akan tetapi besaran ini kita tentukan sendiri. Parameter dapat kita rubah satu kali proses perhitungan optimasi kita lakukan.

Contoh: rasio B/T kapal barang ditentukan = 2.25, permeability ruang muat = 0.6, harga 1 ton bahan bakar = \$100 dan lain-lain.

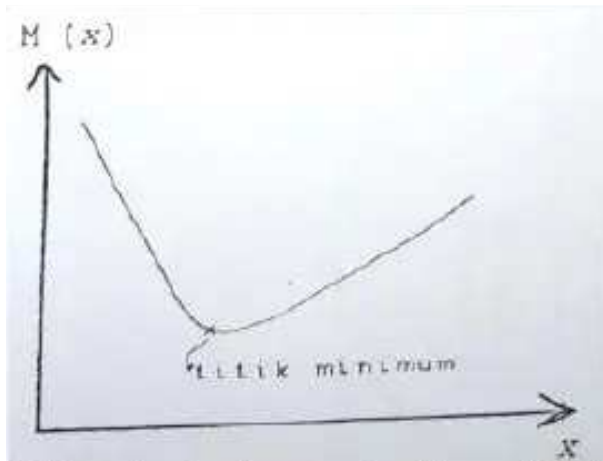
1.2.4 Fungsi Objective Optimasi

Fungsi objektif adalah nilai yang ingin kita optimalkan yang dapat kita setting minimal, maksimal atau nilai tertentu tergantung tujuan. Bentuk fungsi objektif dapat berupa: linier, non-linier, kompleks, serta gabungan dari beberapa fungsi objektif.

Berdasarkan jenis fungsi objektif dalam persoalan optimasi adalah sebagai berikut:

- a. Mode Tunggal (Unimodal): persoalan optimasi yang memiliki satu puncak titik optimum.

Contoh:

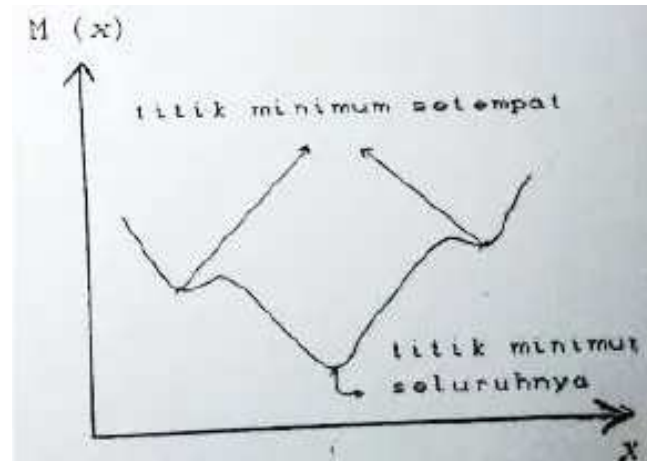


- b. Tak Terbatas (Unconstrained): fungsi objektif optimasi yang tidak memiliki batasan penyelesaian.

Contoh: Biaya minimum pembangunan kapal tidak ada batasan,

- Mode Tunggal (Multimodal): persoalan optimasi yang memiliki beberapa titik puncak titik optimum.

Contoh:



- Terbatas (Constrained): fungsi objektif optimasi yang memiliki batasan penyelesaian.

Contoh: Biaya minimum < Rp. 10 milyar,
Keuntungan maksimum penjualan

Keuntungan maksimum penjualan sabun mandi yang tidak dibatasi, dan lain sebagainya.

sabun mandi > 10% biaya produksinya, dan lain sebagainya.

c. Satu Tahap (Single Stage): penyelesaian persoalan optimasi dengan menggunakan

Tahap Ganda (Multi Stage): penyelesaian persoalan optimasi dengan menggunakan

satu kali proses optimasi

Contoh: penyelesaian persoalan optimasi pembangunan kapal dilakukan satu tahap persoalan optimasi, persoalan rute pelayaran diselesaikan dalam satu tahap optimasi, dan lain sebagainya.

beberapa kali proses optimasi

Contoh: penyelesaian persoalan optimasi pembangunan kapal dilakukan beberapa tahap drawing-marking-cutting-assembly-joint block, persoalan rute pelayaran diselesaikan dalam beberapa tahap optimasi pelabuhan penyangga-pelabuhan utama, dan lain sebagainya.

d. Satu Sasaran (Single-Mission): persoalan optimasi yang menggunakan satu fungsi objektif.

Contoh: persoalan pembangunan kapal menggunakan fungsi objektif biaya pembangunan, persoalan pembuatan sabun dengan memaksimalkan keuntungan.

Sasaran Ganda (Multiple-Mission) persoalan optimasi yang menggunakan beberapa fungsi objektif.

Contoh: persoalan pembangunan kapal menggunakan fungsi objektif biaya pembangunan-biaya operasional, persoalan pembuatan sabun dengan meminimalkan biaya produksi dan memaksimalkan penjualan.

1.2.5 Batasan Optimasi

Batasan merupakan nilai yang tidak boleh dilanggar dalam proses optimasi. Batasan in dapat ditentukan oleh perencana, pemesan, peraturan, kondisi lingkungan dan lain sebagainya.

Contonh: $3 \leq \text{jumlah daun baling-baling} \leq 5$, $90 \text{ m} \leq \text{panjang kapal} \leq 100 \text{ m}$, $10 \text{ m} \leq \text{lebar kapal} \leq 20 \text{ m}$, $10 \text{ m} \leq \text{tinggi kapal} \leq 15 \text{ m}$, $6 \text{ m} \leq \text{saratkapal} \leq 10 \text{ m}$, dan lain-lain.

Ada beberapa bentuk batasan dalam proses optimasi:

- Batasan dalam bentuk persamaan

$$h_i(x) = 0 \quad i=1,2, 3,\dots,m$$

- Batasan dalam bentuk pertidaksamaan

$$g_i(x) > 0 \quad i=m+1, M+2,\dots,M$$

- Bentuk umum batasan

$$g_{i \min}(x) < g_i(x) < g_{i \max}(x)$$

- Bentuk normal batasan

$$0 < \frac{g_i(x) - g_{i \min}(x)}{g_{i \max}(x) - g_{i \min}(x)} < 1$$

- Bentuk standar batasan

$$\text{untuk } g_{i \min}(x) > 0, \text{ maka } G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i \min}(x)} - 1 > 0$$

$$\text{untuk } g_{i \min}(x) < 0, \text{ maka } G_i(x) = 1 - \frac{g_i(x)}{g_{i \min}(x)} > 0$$

$$\text{untuk } g_{i \min}(x) = 0, \text{ maka } G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i \min}(x)} > 0$$

$$\text{untuk } g_{i \max}(x) > 0, \text{ maka } G_i(x) = 1 - \frac{g_i(x)}{g_{i \max}(x)} > 0$$

$$\text{untuk } g_{i \max}(x) < 0, \text{ maka } G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i \max}(x)} - 1 > 0$$

$$\text{untuk } g_{i \max}(x) = 0, \text{ maka } G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i \max}(x)} > 0$$

1.3 Langkah-Langkah Penyelesaian Optimasi



1.3.1 Memodelkan Persoalan ke bentuk Matematis

Persoalan optimasi awalnya berupa persoalan naratif kualitatif yang mana persoalan ini hanya dalam bentuk imajener. Untuk menyelesaikannya sebenar dapat dilakukan secara langsung dengan menggunakan instinct saja tanpa pertimbangan yang kompleks. Dengan menggunakan instinct penyelesaian persoalan jauh lebih cepat dan dapat dirasakan dampaknya secara langsung. Jika kita menyelesaikan dengan instinct saja kita tidak memerlukan metode optimasi. Penyelesaian dengan menggunakan instinct umumnya dipakai untuk persoalan yang sifatnya beresiko rendah akan tetapi untuk persoalan dengan resiko yang besar tentu kita harus menggunakan pertimbangan mendalam, terukur dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah.

Metode optimasi merupakan metode penyelesaian persoalan dengan menggunakan metode kuantitatif. Dengan menggunakan metode optimasi persoalan dirubah menjadi bentuk matematik kuantitatif yang dapat di ukur dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah karena menggunakan pendekatan yang rasional yang dapat diterima nalar. Dengan kuantitatif dasar pengambilan keputusan berdasarkan angka perhitungan dan dapat dilihat perbandingan angka-angka antara yang optimal dengan angka-angka lain yang tidak optimal atau diluar batas penyelesaian.

1.3.2 Memodelkan Persoalan ke bentuk Matematis

Langkah pertama dalam pemodelan optimasi adalah merubah persoalan menjadi bentuk persamaan matematik. Persamaan tersebut dalam bentuk penentuan variable, konstanta, parameter, fungsi objective dan batasan. Variable yang digunakan dapat berupa single variable atau multy variable tergantung keputusan yang diambil. Konstanta merupakan besaran matematika/fisika yang tidak berubah dalam proses optimasi atau dalam perhitungan lain. Parameter merupakan besaran yang diberikan dan selama proses perhitungan optimasi tidak berubah. Dalam optimasi perlu menentukan tujuan apakah ingin memaksimalkan nilai tertentu atau meminimalkannya, ini disebut fungsi objektif. Persoalan optimasi tentu perlu menentukan batasan perhitunag yang tidak boleh dilanggar, umumnya bentuknya berupa persamaan lebih dari, kurang dari atau sama dengan. Ada juga persoalan optimasi yang tidak memerlukan batasan sehingga dapat diselesaikan dengan bebas.

Pemodelan optimasi juga dapat dibuat model lain dalam bentuk matrik tergantung persoalannya. Pemodelan dalam bentuk matrik umumnya menyederhanakannya bentuk persamaan-persamaan dalam pemodelan. Penggunaan matrik memudahkan untuk penyelesaian persoalan dengan bentuk yang lebih sederhana. Pemecahan dengan bentuk matrik juga tergantung metode yang dipakai dan jenis persoalan yang ingin diselesaikan. Pemodelan matrik dapat berupa pemodelan dalam bentuk persamaan secara keseluruhan atau hanya sebagiannya saja misalnya pada variable, parameter atau pada batasan pemodelan optimasi saja.

1.3.3 Pemilihan Metode dan Proses Perhitungan

Setelah kita dapat merubah bentuk persoalan naratif kualitatif kedalam bentuk matematik kuantitatif, langkah selanjutnya adalah menentukan metode yang tepat untuk penyelesaiannya. Pemilihan metode yang salah menyebabkan kita tidak dapat mendapatkan hasil yang optimal atau tidak sama sekali diselesaikan. Ada juga persoalan optimasi dapat diselesaikan dengan metode yang berbeda menghasilkan hasil yang sama optimalnya atau metode satu lebih optimal dibandingkan dengan metode lainnya. Secara umum ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan optimasi antara lain: metode linier, metode Non-linier, metode Integer, metode Jaringan dan metode game theory.

Metode linier digunakan untuk menyelesaikan persoalan linier tanpa menggunakan bilangan eksponensial, metode ini dapat digunakan untuk persoalan yang terkait dengan engineering, ekonomik dan persoalan dibidang lainnya, persoalan linier dapat berupa persoalan single variable atau multy variable, untuk menyelesaikan persoalan linier dapat dilakukan dengan menggunakan metode grafis dan simpleks. Persoalan non-linier adalah persoalan dengan menggunakan ekponensial tentu cara penyelesaiannya berbeda dibandingkan persamaan linier, persamaan non-linier dapat diselesaikan dengan menggunakan metode exhaustive seach, bisection search, two point interval search, three point interval search, goldensection search, generalized reduce gradient dan metode-metode yang lain. Persoalan integer meruapakan persoalan yang terkait dengan penjawalan, penugasan dan antrian persoalan ini juga dapat diselesaikan dengan banyak metode optimasi, selain itu persoalan ini kadang juga dapat dimodelkan dalam bentuk metode linier sehingga dapat juga diselesaikan dengan metode simpleks. Persoalan jaringan melibatkan persoalan pemilihan jaringan misalnya persoalan transportasi atau menejemen proyek, persoalan ini dapat diselesaikan dengan mengubah persoalan dalam bentuk matrik, ataupun digambarkan dalam bentuk diagram sesuai dengan scenario yang memungkinkan untuk dijalankan, disini akan dipilih scenario yang paling optimal.

1.3.4 Aplikasi Hasil Perhitungan

Hasil perhitungan optimasi perlu diaplikasikan dalam tindakan yang nyata tanpa diaplikasikan maka ini tidak akan berakibat perubahan pada persoalan yang kita hadapi. Pengaliksaan ini mengikuti hasil perhitungan variable yang telah didapatkan dari perhitungan. Pengaplikasian perhitungan ini harus kita kawal dengan seksama sehingga hasilnya sesuai dengan perhitungan yang telah kita buat. Jika hasilnya tidak sesuai dengan hasil yang kita harapkan maka kita perlu evaluasi apakah pemodelan optimasinya salah atau kurang tepat. Jika kita temukan kesalahan maka dapat kita perbaiki dan hitung ulang untuk mengambil keputusan persoalan yang akan dating. Dengan kata lain kita dapat menerapkan penyelesaian dengan menggunakan Metode PLAN-DO-CHECK-ACTION (PDCA) dimana metode optimasi berperan pada Plan dan Check untuk menghasilkan keputusan berikutnya yang lebih baik.

