$g_{i\,min}(x) < g_i(x) < g_{i\,max}(x)$

- Bentuk normal batasan

$$0 < \frac{g_i(x) - g_{i\,min}(x)}{g_{i\,max}(x) - g_{i\,min}(x)} < 1$$

- Bentuk standar batasan

$$untuk\ g_{i\,min}(x) > 0, maka\ G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i\,min}(x)} - 1 > 0$$

$$untuk\ g_{i\,min}(x) < 0, maka\ G_i(x) = 1 - \frac{g_i(x)}{g_{i\,min}(x)} > 0$$

$$untuk\ g_{i\,min}(x) = 0, maka\ G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i\,min}(x)} > 0$$

$$untuk\ g_{i\,max}(x) > 0, maka\ G_i(x) = 1 - \frac{g_i(x)}{g_{i\,max}(x)} > 0$$

$$untuk\ g^{i\,max}(x) < 0, maka\ G^i(x) = \frac{g_i(x)}{g^{i\,max}(x)} - 1 > 0$$

$$untuk\ g_{i\,max}(x) = 0, maka\ G_i(x) = \frac{g_i(x)}{g_{i\,max}(x)} > 0$$

1.3 Langkah-Langkah Penyelesaian Optimasi

1.3.1 Memodelkan Persoalan ke bentuk Matematis

Persoalan optimasi awalnya berupa persoalan naratif kualitatif yang mana persoalan ini hanya dalam bentuk imajener. Untuk menyelesainkannya sebenar dapat dilakukan secara langsung dengan menggunakan instinct saja tanpa pertimbangan yang kompleks. Dengan menggunakan instinct penyelesaian persoalan jauh lebih cepat dan dapat dirasakan dampaknya secara langsung. Jika kita menyelesaikan dengan instinct saja kita tidak memerlukan metode optimasi. Penyelesaian dengan menggunakan instinct umumnya dipakai untuk persoalan yang sifatnya beresiko rendah akan tetapi untuk persoalan dengan resiko yang besar tentu kita harus menggunakan pertimbangan mendalam, terukur dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah.

Metode optimasi merupakan metode penyelesain persoalan dengan menggunakan metode kuantitatif. Dengan menggunakan metode optimasi persoalan dirubah menjadi bentuk matematik kuantitatif yang dapat di ukur dan dapat dipertangungjawabkan secara ilmiah karena menggunakan pendekatan yang rasioanl yang dapat diterima nalar. Dengan kuantitatif dasar pengambilan keputusan berdasakan angka perhitungan dan dapat dilihat perbandingan angka-angka antara yang optimal dengan angka-angka lain yang tidak optimal atau diluar batas penyelesaian.

1.3.2 Memodelkan Persoalan ke bentuk Matematis

Langkah pertama dalam pemodelan optimasi adalah merubah persoalan menjadi bentuk persamaan matematik. Persamaan tersebut dalam bentuk penentuan variable, konstata, parameter, fungsi objective dan batasan. Variable yang digunakan dapat berupa single variable atau multy variable tergantung keputusan yang diambi. Konstata merupakan besaran matematika/fisika yang tidak berubah dalam proses optimasi atau dalam perhitungan lain. Parameter merupakan besaran yang diberikan dan selama proses perhitungan optimisi tidak berubah. Dalam optimasi perlu menentukan tujuan apakah ingin memaksimalkan nilai tertentu atau meminimalkannya, ini disebut fungsi objektif. Persoalan optimasi tentu perlu menentukan batasan perhitunag yang tidak boleh dilanggar, umunya bentuknya berupa persamaan lebih dari, kurang dari atau sama dengan. Ada juga persoalan optimasi yang tidak memerlukan batasan sehingga dapat diselesaikan dengan bebas.

Pemodelan optimasi juga dapat dibuat model lain dalam bentuk matrik tergantung persoalanya. Pemodelan dalam bentuk matrik umumnya menyederhanakannya bentuk persamaan-persamaan dalam pemodelan. Penggunaan matrik memudahkan untuk penyelesaian persoalan dengan bentuk yang lebih sederhana. Pemecahan dengan bentuk matrik juga tergantung metode yang dipakai dan jenis persoalan yang ingin diselesaikan. Pemodelan matrik dapat berupa pemodelan dalam bentuk persamaan secara keseluruhan atau hanya sebagianya saja misalnya pada variable, parameter atau pada batasan pemodelan optimasi saja.

1.3.3 Pemilihan Metode dan Proses Perhitungan

Setelah kita dapat merubah bentuk persoalan naratif kualitatif kedalam bentuk matimatif kuantitatif, langkah selanjutnya adalah menentukan metode yang tepat untuk penyelesainya. Pemilihan metode yang salah menyebabkan kita tidak dapat mendapatkan hasil yang optimal atau tidak sama sekali diselesaikan. Ada juga persoalan optimasi dapat diselesaikan dengan metode yang berbeda menghasilkan hasil yang sama optimalnya atau metode satu lebih optimal dibandingkan dengan metode lainnya. Secara umum ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan optimasi antara lain: metode linier,metode Non-linier, metode Integer, metode Jaringan dan metode game theory.

Metode linier diguanakan untuk menyelesaikan persoalan linier tanpa menggunakan bilangan eksponensial, metode ini dapat digunakan untuk persoalan yang terkait dengan engineering, ekonomik dan persoalan dibidang lainnya, persoalan linier dapat berupa persoalan single variable atau multy variable, untuk menyelesaikan persoalan linier dapat dilakukan dengan menggunakan metode grafis dan simpleks. Persoalan non-linier adalah persoalan dengan menggunakan ekponensial tentu cara penyelesaiannya berbeda dibandingkan persamaan linier, persamaan non-linier dapat diselesaikan dengan menggunakan metode exhaustive seach, bisection search, two point interval search, three point interval search, goldensection search, generalized reduce gradient dan metode-metode yang lain. Persoalan integer meruapakan persoalan yang terkait dengan penjawalan, penugasan dan antrian persoalan ini juga dapat diselesaiakan dengan banyak metode optimasi, selain itu persoalan ini kadang juga dapat dimodelkan dalam bentuk metode linier sehingga dapat juga diselesaikan dengan metode simpleks. Persoalan jaringan melibatkan persoalan pemilihan jaringan misalnya persoalan transportasi atau menejemen proyek, persoalan ini dapat diselesaikan dengan mengubah persoalan dalam bentuk matrik, ataupun digambarkan dalam bentuk diagram sesuai dengan scenario yang memungkinkan untuk dijalankan, disini akan dipilih scenario yang paling optimal.

1.3.4 Aplikasi Hasil Perhitungan

Hasil perhitungan optimasi perlu diaplikasikan dalam tindakkan yang nyata tanpa diaplikasikan maka ini tidak akan berakibat perubahan pada persoalan yang kita hadapi. Pengalikasian ini mengikuti hasil perhitungan variable yang telah didapatkan dari perhitungan. Pengaplikasian perhitungan ini harus kita kawal dengan seksama sehingga hasilnya sesusi dengan perhitungan yang telah kita buat. Jika hasilnya tidak sesuai dengan hasil yang kita harapkan maka kita perlu evaluasi apakah pemodelan optimasinya salah atau kurang tepat. Jika kita temukan kesalahan maka dapat kita perbaiki dan hitung ulang untuk mengambil keputusan persoalan yang akan dating. Dengan kata lain kita dapat menerapkan penyelesaian dengan mengunakan Metode PLAN-DO-CHECK-ACTION (PDCA) dimana metode optimasi berperan pada Plan dan Check untuk menghasilkan keputusan berikutnya yang lebih baik.

BAGIAN II PROGRAM LINIER

BAB 2 PEMODELAN PERSOALAN LINIER

Dalam menjelaskan pengertian dan teori-teori mengenai Program atau Persoalan linier, penyusun langsung menjelaskan melalui contoh-contoh soal, sehingga mudah untuk mengertikannya atau mendalaminya. Contoh soal :

2.1 Pemodelan Produksi Pupuk

Sebuah perusahaan ingin memproduksi dua jenis pupuk, misalnya High – phosphate dan Low – phosphate. Untuk maksud tersebut diperlukan tiga bahan dasar dengan data – data sebagai berikut.

Tabel 1. Bahan dasar pencampuran pupuk

Bahan Dasar	Kebutuhan bahan dasar (ton) untuk memproduksi satu ton pupuk		Jumlah maksimum bahan dasar yang tersedia tiap bulan(ton)
	Hi - phos	Lo - phos	
1	2	1	1500
2	1	1	1200
3	1	0	500
Harga jual pupuk tiap ton	$ 15	$ 10	

Masalah yang dihadapi perusahaan dan harus dipecahkan adalah bagaimana cara mendapatkan jumlah produksi yang maksimum untuk masing-masing jenis pupuk, sehingga mendapatkan hasil penjualan kotor seluruhnya yang maksimum.

Beberapa asumsi dalam perumusan program linier, adalah :

1. ASUMSI PROPORSIONAL

   Asumsi yang menyatakan bahwa apabila a_{ij} merupakan satuan bahan dasar i yang diperlukan dalam kegiatan j untuk memperoleh satu satuan hasil campuran, maka jika kita ingin mendapatkan X_j satuan hasil campuran ($X_j \geq 0$) dalam kegiatan j memerlukan $a_{ij} X_j$ satuan bahan dasar i.

   Contoh :

   1 ton Hi – phosphate membutuhkan 2 ton bahan dasar 1

   X_1 ton Hi – phosphate membutuhkan 2 X_1 ton bahan dasar 1

2. ASUMSI PENJUMLAHAN

   Asumsi yang menyatakan bahwa jumlah seluruh bahan yang diperlukan sama dengan jumlah seluruh kebutuhan bahan dasar untuk semua kegiatan.

   Contoh :
   Kegiatan 1 : 1 ton Hi – phosphate membutuhkan 2 ton bahan dasar 1
   Kegiatan 2 : 1 ton Lo – phosphate membutuhkan 1 ton bahan dasar 1
   Untuk X_1 ton Hi – phospate dan X_2 ton Lo – phosphate dibutuhkan
   ($2X_1 + X_2$) ton bahan dasar 1, dimana $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$.

3. ASUMSI FUNGSI KONTINYU
   Asumsi yang menyatakan bahwa tiap variabel mempunyai harga nyata dalam fungsi yang kontinyu pada daerah yang dibatasi.

Jadi untuk persoalan diatas , dapat dituliskan :

Variabel : X_1 = High Phosphate

X_2= Low Phosphat

Fungsi Objektive (maksimum): $F(X) = 15X_1 + 10X_2$

Batasan:

$$\begin{aligned} 2X_1 + X_2 &\leq 1500 \\ X_1 + X_2 &\leq 1200 \\ X_1 &\leq 500 \\ X_1 \geq 0 , X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

2.2 Pemodelan Pemilihan Material

Sebuah perusahaan galangan harus membeli profil –profil untuk persediaan pembangunan sebuah kapal baru dengan perincian sebagai berikut:

Tabel 2. Jenis dan berat profil konstruksi kapal

Jenis profil	Berat minimum profil yang diperlukan (ton)
1	185
2	50
3	50
4	200
5	185

Untuk memenuhinya, ada 4 agen penjual profil yang berbeda baik dalam persediaan, maupundalam harganya sesuai dengan table berikut :

Tabel 3. Agen penjualan dan berat maksimum profil konstruksi kapal yang dapat disalurkan

Agen penjual	Berat maksimum semua jenis profil yang dapat disalurkan (ton)
1	350
2	225
3	195
4	275

Tabel 4. Agen penjualan dan harga tiap jenis profil

		Unit harga tiap ton profil jenis				
		1	2	3	4	5
Agen penjual	1	4, 50	1, 39	2, 99	3, 19	0, 99
	2	4, 25	1, 78	3, 10	3, 50	1, 23
	3	4, 75	1, 99	2, 40	3,25	1, 24
	4	4, 13	1, 25	3, 12	2, 98	1, 18

Masalah yang harus dipecahkan adalah bagaimana cara Bagian Pembelian Galangan berusaha memenuhi kebutuhan tersebut untuk mendapatkan biaya pembelian seluruh profil seminim mungkin.

Cara merumuskan:

1. Kita tentuka variabelnya terlebih dahulu yaitu $X_{i.j.}$ = jumlah profil j yang dapat di beli pada Agen Penjual I (ton)

Tabel 5. Penentuan variabel profil konstruksi kapal

		Unit Harga Tiap Ton Profil Jenis				
		1	2	3	4	5
AGEN	1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}
	2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}
	3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}
	4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	X_{45}

2. Tabel 3 akan merupakan fungsi objektif yang harus diminimumkan, sehingga menjadi minimumkan

$Z (X) = 4, 50 X_{11} + 1, 39 X_{12} + 2, 99 X_{13} + 3, 19 X_{14} + 0, 99 X_{15} +$

$4, 25 X^{21} + 1, 78 X^{22} + 3, 10 X^{23} + 3, 50 X^{25} + 1, 23 X^{25} +$

$4, 75 X_{31} + 1, 99 X_{32} + 2, 40 X_{33} + 3, 25 X_{34} + 1, 24 X_{35} +$

$4, 13X_{41} + 1, 25 X_{42} + 3, 12 X_{43} + 2, 98 X_{44}, + 1, 18 X_{45}.$

3. Dengan balasan :

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 350$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 225$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 195$

$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \leq 275$

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} \geq 185$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} \geq 50$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \geq 50$

$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} \geq 200$

$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} \geq 185$

$X_{ij} \geq 0$ untuk semua harga i dan j

2.3 Pemodelan Produksi Kapal

Suatu perusahaan galangan besar dapat membangun kapal bangunan baru dengan ukuran besar, sedang dan kecil pada masing – masing unit galangan besar, sedang dan kecil dengan lokasi yang berbeda. Untuk tiap unit galangan tersebut, keuntungan bersih tiap tahun yang dapat diterima adalah Rp. 12 milyar untuk unit galangan besar,

Rp. 10 milyar untuk unit galangan sedang dan

Rp. 9 milyar untuk unit galangan kecil.

Kapasitas produk minimal masing – masing unit galangan tiap tahun untuk segala ukuran kapal adalah

5 buah kapal pada unit galangan besar,

7 buah kapal pada unit galangan sedang dan

3 buah kapal pada unit galangan kecil.

Dalam proses produksinya, galangan tersebut mempergunakan pembangkit listrik tenaga diesel kepunyaan sendiri. Untuk maksud tersebut masing – masing unit galangan tiap tahunya membutuhkan 2. 000 gallon bahan bakar untuk kapal besar,

1.500 gallon bahan bakar untuk kapal sedang dan

1. 000 gallon bahan bakar untuk unit kapal kecil.

Tiap unit galangan mempunyai tangki persediaan bahan bakar untuk tiap tahung masing – masing

20.000 gallon bahan bakar untuk unit galangan besar,

15.000 gallon bahan bakar untuk unit galangan sedang dan

10.000 gallon bahan bakar untuk unit galangan kecil.

Dari studi pasar dapat diketahui bahwa kebutuhan kapal tiap tahun adalah

7 buah untuk kapal besar,

9 buah untuk kapal sedang dan

5 buah untuk kapal kecil.

Sebagai catatan perlu dikethui bahwa untuk ketiga unit galangan tersebut mempunyai kemampuan, mutu dan kecepatan produksi unit yang sama.

Masalah yang harus dipecahkan adalah berapakah seharusnya produksi kapal yang dapat dihasilkan oleh masing – masing unit galangan tiap tahun untuk untuk tiap jenis kapal, sehingga akan didapatkan keuntungan bersih yang maksimum.

Cara merumuskan :

Tabel 6. Perumusan model matematis kapal yang dibangun pada galangan

	Kapal yang dibangun			
Unit galangan	besar	sedang	kecil	
I	X_{11}	X_{12}	X_{13}	$\leq$ 20.000
II	X_{21}	X_{22}	X_{23}	$\leq$ 15.000
III	X_{31}	X_{32}	X_{33}	$\leq$ 10.000
	≥ 5	≥ 7	≥ 3	
	≤ 7	≤ 9	≤ 5	

Variabel

Tabel 7. Penentuan variabel kapal yang dibangun pada galangan

	Kapal yang dibangun		
Unit Galangan	Besar	Sedang	Kecil
I	X_{11}	X_{12}	X_{13}
II	X_{21}	X_{22}	X_{23}
III	X_{31}	X_{32}	X_{33}

Fungsi Objektive Maksimumkan

$Z(X) = 12(X_{11} + X_{21} + X_{31}) + 10(X_{12} + X_{22} + X_{32}) +$

$9\ (X_{13} + X_{23} + X_{33})$

Batasan :

$$5 \le X_{11} + X_{21} + X_{31} \le 7$$

$$7 \le X_{12} + X_{22} + X_{32} \le 9$$

$$3 \le X_{13} + X_{23} + X_{3} \le 5$$

$$2.000\ X_{11} + 1.500\ X_{12} + 1.000\ X_{13} \le 20.000$$

$$2.000\ X_{21} + 1.500\ X_{22} + 1.000\ X_{23} \le 15.000$$

$$2.000\ X_{31} + 1.500\ X_{32} + 1.000\ X_{33} \le 10.000$$

$X_{ij} \ge 0$ untuk semua harga i san j

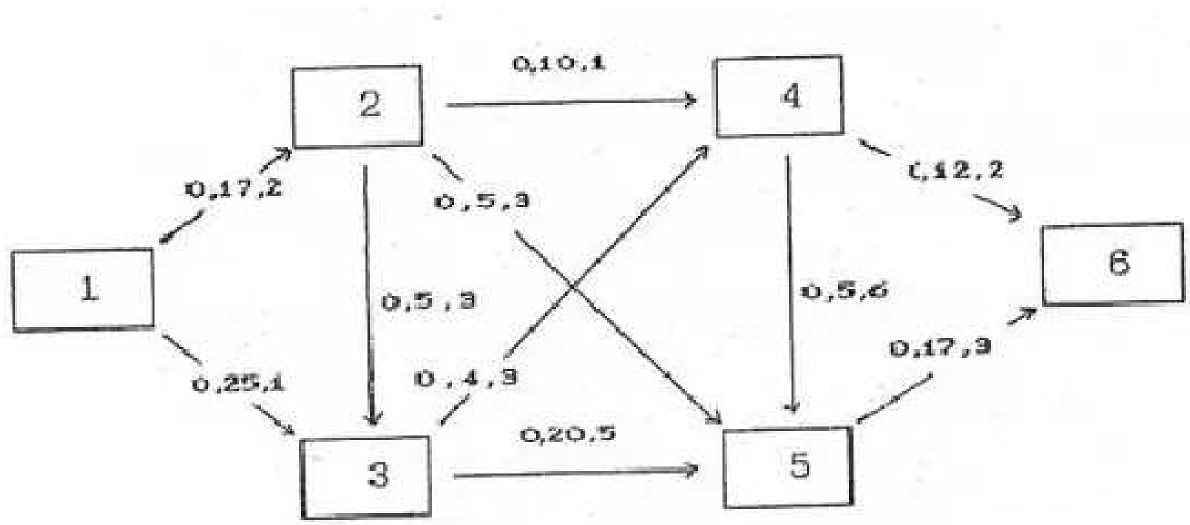
Pada persoalan berikut adalah Persoalan Transportasi, dimana sejumlah barang seberat 27 ton akan dikapalkan dari Pelabuhan (Terminal) 1 ke pelabuhan (Terminal) 6. Menurut kelenturan dalam semua persoalan – persoalan transportasi disepakati bahwa pada pelabuhan – pelabuhan (terminal – terminal) antara, jumlah (berat) barang yang masuk (datang) harus sama dengan jumlah (berat) yang keluar (beragkat).

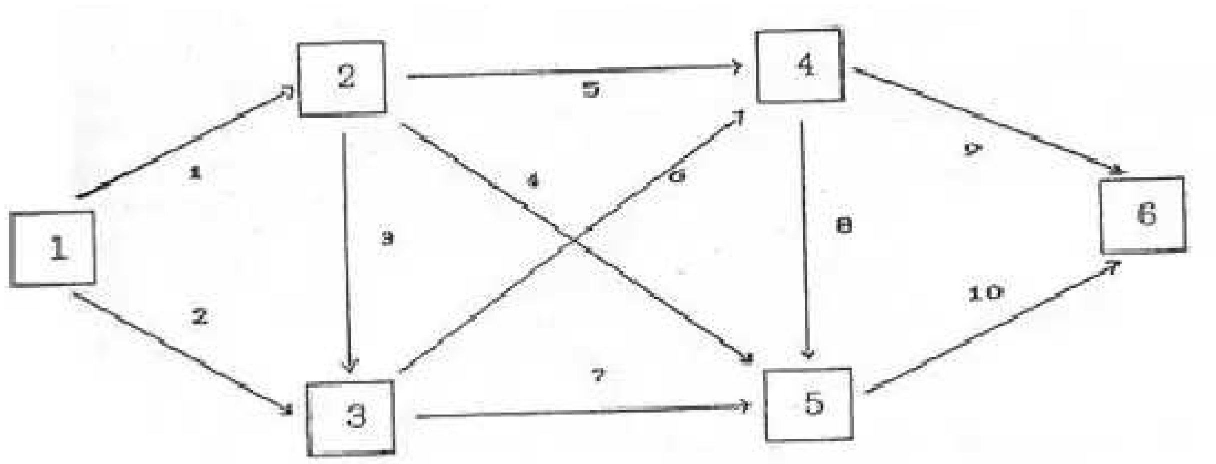
Masalah yang harus dipecahkan adalah berapa biaya angkut yang termurah dengan melalui beberapa pilihan rute yang masing – masing mempunyai daya angkut sendiri untuk mengapalkan barang tersebut dari Pelabuhan 1 ke Pelabuhan 6.

Catatan :

Pada Persoalan Transportasi untuk tiap – tiap raute biasanya tertulis tiga angka yang mempunyai arti sebagai berikut :

Angka pertama	berarti berat (jumlah) minimum barang yang dapat dikapalkan dari Pelabuhan satu ke Pelabuhan yan lainnya.
Angka Kedua	berarti berat (jumlah) maksimum barang yang dapat dikapalkan dari Pelabuhan satu ke Pelabuhan yan lainnya.
Angka ketiga	berarti tarip angkutan dari Pelabuhan satu ke Pelabuhan yang lainnya





Cara merumuskan :

X = berat (jumlah) barang yang dapat dikapalkan (diangkut) dari Pelabuhan satu ke Pelabuhan lainnya dalam satu arah (lihat gambar).

n = raute = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dan 10

Variabel

X_1 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 1
X_2 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 2
X_3 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 3
X_4 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 4
X_5 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 5
X_6 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 6
X_7 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 7
X_8 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 8
X_9 = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 9
X_{10} = berat barang yang dapat dikapalkan pada rute 10

Fungsi Objektive Minimumkan :

$Z(X) = 2X_1 + X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 + 5X_7 + 6X_8 + 2X_9 + 3X_{10}$

Batasan :

$0 \leq X_1 \leq 17$ $\quad$ $0 \leq X_2 \leq 25$ $\quad$ $0 \leq X_3 \leq 5$

$0 \leq X_4 \leq 5$ $\quad$ $0 \leq X_5 \leq 10$ $\quad$ $0 \leq X_6 \leq 4$

$0 \leq X^7 \leq 20$ $\quad$ $0 \leq X^8 \leq 5$ $\quad$ $0 \leq X^9 \leq 12$

$0 \leq X_{10} \leq 17$

$X_1 + X_2 = 27$ $\quad$ $X_5 + X_6 = X_8 + X_9$

$X_1 = X_3 + X_4 + X_5$ $\quad$ $X_4 + X_7 + X_8 = X_{10}$

$X_2 + X_3 = X_6 + X_7$ $\quad$ $27 = X_9 + X_{10}$

2.5 Pemodelan Promosi Hasil Produksi

Pada persoalan berikut Sebuah Biro Iklan " Gencar Laut Persada " menerima pesanan dari suatu perusahaan untuk menayangkan hasil produksinya melalui tiga media massa yaitu televisi, radio dan koran secara serentak dengan tujuan untuk menjaring sebanyak mungkin pemirsa / pendengar / pembaca yang akan mengetahui hasil produksi tersebut. Berdasarkan segi pemasaran didapat hasil sebagai berikut :

Tabel 8. Perumusan model matematis iklan pada media masa

	Telivisi		Radio	Koran
	Siang	Malam		
Biaya Iklan	$ 40,000	$ 75,000	$ 30,000	$ 15,000
Jumlah seluruh pemirsa/ pendengar/pembaca yang potensial	400.000	900.000	500.000	200.000
Jumlah pemirsa/ pendengar/pembaca wanita	300.000	400.000	200.000	100.000

Beberapa ketentuan – ketentuan lainnya

1. Berapa iklan dibatasi maksimal keseluruhannya hanya $ 800,000

2. Jumlah pemirsa/pendengar/pembaca wanita yang menikmati iklan yang ingin dijaring minimal 2.000.000 orang.
3. Biaya iklan di televisi dibatasi maksimal $ 500,000.
4. Jumlah tayangan yang diinginkan :

Untuk televisi	siang	minimal	3	kali
	malam	minimal	2	kali
Untuk radio		minimal	5	kali
Untuk koran		minimal	10	kali

Masalah yang harus dipecahkan adalah merumuskan persoalan linier tersebut untuk memperoleh jumlah tayangan yang maksimal untuk tiap media, sehingga terjaring sebanyak mungkin pemirsa/pendengar/pembaca.

Cara merumuskan :

Variabel:

X_1 = iklan televisi siang
X_2 = iklan televisi malam
X_3 = iklan radio
X_4 = iklan koran

Fungsi Objektive Maksimumkan : $F(X) = (400 X_1 + 900 X_2 + 500 X_3 + 200 X_4) \times 1000$

Batasan :

1. Biaya iklan seluruhnya	:	$40 X_1 + 75 X_2 + 30 X_3 + 15 X_4 \leq$	800
2. pemirsa/pendengar/pembaca wanita	:	$3 X_1 + 4 X_2 + 2 X_3 + 1 X_4 \geq$	20
3. Biaya iklan di televisi	:	$40 X_1 + 75 X_2$ $\leq$	500
4. Jumlah tayangan	:		
Televisi siang	:	$X_1 \geq$	3
Televisi malam	:	$X_2 \geq$	2
Radio	:	$X_3 \geq$	5
Koran	:	$X^4 \geq$	10

2.6 Pemodelan Produksi Pabrik Rokok

Bagian produksi Pabrik rokok " Tugu Rantai " akan memproduksi dua jenis rokok yaitu Tugu Super dan Rantai Super. Untuk itu dibutuhkan dua jenis tembakau yang akan diproses melalui tiga tahapan yaitu dirajang, dicampur saus dan dilinting dengan beberapa proses sebagai berikut :

	Tembakau untuk	
	Tugu Super	Rantai Super
Kemampuan merajang tiap jam	2,5 ton	4,0 ton
Kemampuan mencampur tiap jam	2,5 ton	3,5 ton
Kemampuan melinting tiap jam	3,5 ton	2,5 ton
Harga dasar tiap kg	Rp. 2.000	Rp. 3.000
Biaya produksi untuk setiap tahap jam		
Merajang	Rp. 20.000	Rp. 20.000
Mencampur	Rp. 14.000	Rp. 14.000
Melinting	Rp. 17.500	Rp. 17.500
Harga jual tiap kg	Rp. 5.000	Rp. 6.000

Masalah yang harus dipecahkan adalah merumuskan persolan linier tersebut diatas dengan tujuan mendapatkan beberapa kg masing – masing jenis rokok/ tembakau lurus diproses supaya mendapatkan keuntungan yang maksimal.

Catatan : Keuntungan = Harga jual - Biaya Produksi seluruhnya

Cara merumuskan :

Variabel

X_1 = produksi rokok Tugu Super

X_1 = produksi rokok Rantai Super

Fungsi Objektive

	Tugu Super	Rantai Super

a) Harga Jual tiap ton	Rp. 5.000.000	Rp. 6.000. 000
b) Biaya Produksi tiap ton		
Harga dasar tiap ton	Rp. 2.000.000	Rp. 3.000.000
Ongkos kerja tiap ton		
Merajang	Rp. 20.000 / 2,5	Rp. 20.000 / 4,0
Mencampur	Rp. 14.000 / 2,8	Rp. 14.000 / 3,5
Melinting	Rp. 17.500 / 3,5	Rp. 17.500 / 2,5
Keuntungan tiap ton (a) - (b)	Rp. 2.982.000	Rp. 2.984.4000

Maksimumkan keuntungan = $2.982\ X_1 + 2.984\ X_2$

Batasan-Batasan

Kemampuan Merajang: $X_1 / 2,5 + X_2 / 4,0 \leq 1$

Mencampur : $X_1 / 2,8 + X_2 / 3,5 \leq 1$

Melinting : $X_1 / 3,5 + X_2 / 2,5 \leq 1$

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

2.7 Pemodelan Produksi Bahan Baku

Pada persoalan berikut Sebuah perusahaan pengecoran baja“ Gencar” Untuk memproduksi 1.000 ton besi anti karat bagi pembuatan engine – valves dibutuhkan tiap minggu minimal 10 unit mangaan, 12 unit chromium dan 14 unit molybdenum (1 unit = 5 kg).

Bahan baju tersebut didapatkan dari pasaran dalam bentuk batangan dengan komposisi dan harga sebagai berikut :

Tabel 9. Perumusan model komposisi material pencampuran besi anti karat untuk pembuatan valve

.	Mangaan	Komposisi Chromium	Molybdenum	Harga tiap batang
Batangan kecil (K)	2 unit	2 unit	1 unit	9

Batangan sedang (S)	2 unit	3 unit	1 unit	12
Batangan besar (B)	1 unit	1 unit	5 unit	15

Masalah yang harus dipecahkan adalah merumuskan persoalan linier tersebut untuk mendapatkan beberapa batangan bahan baku untuk tiap ukuran (K, S atau B) yang harus dibeli tiap minggu, sehngga kebutan akan mangaan, chromium dan molybdenum terpenuhi dengan harga pembelian yang seminim mungkin.

Cara merumuskan :

Variabel

K= Batangan kecil

S = Batangan sedang

B = Batangan besar

Fungsi Objektive

Minimumkan Pembelian = $9K + 12S + 15B$

Dengan Batasan : kebutuhan : mangaan : $2K + 2S + B \geq 10$

Chromium : $2K + 3S + B \geq 12$

Molybdenum : $K + S + 5B \geq 14$

$K \geq 0$

$S \geq 0$

$B \geq 0$

2.8 Pemodelan Produksi Pupuk 2

Sebuah perusahaan pupuk membeli bahan – bahan baku :

- Nitrat Seharga Rp. 1.500,- / ton
- Phospat Seharga Rp. 500,- / ton
- Potas Seharga Rp. 1.000,- / ton
- Lime Seharga Rp. 100,- / ton

Untuk memproduksi pupuk dengan type A, B, dan C dengan perincian sebagai berikut :

Tabel 10. Perumusan model komposisi material untuk pembuatan pupuk

Jenis pupuk	Biaya produksi (Rp/ton)	Harga jual (Rp/ton)	Prosentase berat			
			Nitrat	Phospat	Potas	Lime
A	100	400	5	10	5	80
B	150	500	5	10	10	75
C	200	600	10	10	10	70
Persediaan bahan baku di pasaran			1.000	2.000	1.500	5.000

Formulasikan persoalan linier tersebut agar mendapat profit yang maximum

PENYELESAIAN:

Variabel:

X_1 = jumlah pupuk type A yang diproduksi (ton)
X_2 = jumlah pupuk type B yang diproduksi (ton)

X_3 = jumlah pupuk type C yang diproduksi (ton)

Objective function

- Perincian biaya bahan baku per ton tiap jenis pupuk

Unsur	Biaya		
	Jenis A	Jenis B	Jenis C
1. Nitrat	0,05 x 1.500	0,05 x 1.500	0,1 x 1.500
2. Phospat	0,1 x 500	0,1 x 500	0,1 x 500
3. Potas	0,05 x 1.000	0,1 x 1.000	0,1 x 1.000
4. Lime	0,8 x 100	0,75 x 100	0,7 x 100
Jumlah	255	300	370

- Perincian profit per ton tiap jenis pupuk

Jenis pupuk	Harga jual (Rp/ton)	biaya		Profit (Rp/ton) 1 – (2+3)
		Bahan baku (Rp/ton)	produksi (Rp/ton)	

	1	2	3	
A	400	255	100	45
B	500	300	150	50
C	600	370	200	30

- Objective function

  $Z\ (X) = 45\ X_1 + 50\ X_2 + 30\ X_3$ …… dimaksimumkan

Constrain :

$5\ X_1 + 5\ X_2 + 10\ X_3 \leq 1.000$

$10\ X_1 + 10\ X_2 + 10\ X_3 \leq 2.000$

$5\ X_1 + 10\ X_2 + 10\ X_3 \leq 1.500$

$80\ X_1 + 75\ X_2 + 70\ X_3 \leq 5.000$

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

$X_3 \geq 0$

2.9 Pemodelan Produksi Baling-Baling

Sebuah perusahaan pengecoran baling – baling ingin memproduksi tiga jenis balin – baling yang berbeda kandungan campuran bahan baku-nya, yaitu baling – baling jenis A, B dan C. harga jual tiga jenis baling – baling tersebut tiap tonnya masing – masing Rp. 2.800.000,-, Rp. 2.600.000,- dan Rp. 2.400.000,-, sedangkan biaya produksi untuk tiga jenis baling – baling tersebut sama yaitu masing – masing Rp. 400.000,-.

Anda sebagai seorang Kepala Bagian Perencanaan Produksi diminta oleh Direktur Produksi untuk merumuskan program linier yaitu berapa ton masing – masing jenis baling – baling yang harus diproduksi tiap tahun, sehingga perusahaan akan memperoleh keuntungan yang maksimal.

Data – data lain yang diperlukan untuk memecahkan masalah tersebut adalah sebagai berikut :

Tabel 11. Perumusan model komposisi material untuk pembuatan baling-baling kapal

	Prosentase Campuran tiap ton			Harga bahan Baku tiap ton (Rp)	Persediaan bahan baku dipasaran (ton)
	Jenis A	Jenis B	Jenis C		
Kuningan	82	76	70	2.000.000	3.000
Besi	7	9	10	700.000	5.000
Aluminium	8	10	14	1.200.000	2.000
Mangan	3	5	6	1.500.000	1.500

Catatan :

1. Saudara hanya diminta merumuskan persoalan tersebut.
2. Keuntungan = Harga Jual – Harga Bahan baku – Biaya produksi.
3. Satuan jumlah tiap jenis baling-baling tidak dalam buah tetapi dalam ton.

Variabel: x1= baling-baling A

X2= baling-baling B

X3= baling-baling C

Fungsi Objektif (Maksimum)

		Baling – baling Jenis A		Baling – baling Jenis B		Baling – baling Jenis C		Persedian
	Harga Bahan Baku	Prosentase	harga	Prosentase	harga	Prosentase	harga	di Pasar
	Rp. / ton	%	Rp	%	Rp	%	Rp	ton
Kuningan	2.000.000	82	1.640.000	76	1.520.000	70	1.400.000	3.000
Besi	700.000	7	49.000	9	63.000	10	70.000	5.000
Alluminium	1.200.000	8	96.000	10	120.000	14	168.000	2.000
Mangaan	1.500.000	3	45.000	5	75.000	6	90.000	1.500
		Jumlah	1.830.000		1.778.000		1.728.000	

PERINCIAN KEUNTUNGAN tiap TON

(P)	Harga Jual	2.800.000	2.600.000	2.400.000
(Q)	Harga Bahan Baku	1.830.000	1.778.000	1.728.000
(R)	Biaya Produksi	400.000	400.000	400.000
Keuntungan =	(P) - (Q) - (R) =	570.000	422.000	272.000

$F(x)$: $570.000\, X_1 + 422.000\, X_2 + 272.000\, X_3$

Batasan

$82X_1 + 76X_2 + 70X_3 \leq 3.000$

$7X_1 + 9X_2 + 10X_3 \leq 5.000$

$9X_1 + 10X_2 + 14X_3 \leq 2.000$

$3X_1 + 5X_2 + 6X_3 \leq 1.500$

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

$X_3 \geq 0$

2.10 Pemodelan Pencampuran BBM

P. T. BAYU – Devisi Energi Pengganti ingin memproduksi dua jenis bensin super yaitu premix dan super - 98, dimana harga jualnya direncanakan Rp. 500,- untuk premix dan Rp. 575,- untuk super – 98. Untuk mendapatkan dua jenis bensin super tersebut, PT. Bayu merencanakan akan mencampur dua jenis minyak hasil penyulingan dari lading Balikpapan dan lading Indramayu, sehingga karakteristik sebagai berikut :

	Tekanan Penguapan	Kandungan Oktan Minimum	Kebutuhan Max. (ton/bulan)	Penjualan Min. (ton/bulan)
Premix	23	88	100.000	50.000
Super - 98	23	98	100.000	5.000

Karakteristik minyak hasil penyulingn :

	Tekanan Penguapan	Kandungan Oktan	Kapasitas Tangki Penyimpanan (ton/bulan)	Harga Pembelian (ton/bulan)
Balikpapan	25	86	40.000	300.000
Indramayu	15	99	60.000	650.000

Sebagai Staf Bagian Produksi, anda ditugaskan untuk merumuskan persoalan linier tersebut, sehinga dapat diketahui berapa jumlah tipe jenis minyak hasil penyulingan yang dibutuhkan untuk memproduksi kedua jenis bensin – super, dimana nantinya perusahaan akan mendapatkan keuntungan yang maksimal.

Penentuan Variabel

X_1 = Jumlah Minyak PREMIX dari ladang BALIKPAPAN (ton)

X_2 = Jumlah Minyak PREMIX dari ladang INDRAMAYU (ton)

X^3 = Jumlah Minyak SUPER - 98 dari ladang BALIKPAPAN (ton)

X_4 = Jumlah Minyak SUPER - 98 dari ladang INDRAMAYU (ton)

Menentukan Fungsi Obyektif

Keuntungan = Harga jual - Biaya pembelian

Kita anggap Berat Jenis PREMIX dan SUPER – 98 = 1

Harga Jual = PREMIX + SUPER – 98

$= \{ (X_1 + X_2)\ 1.000 \}\ X\ Rp.\ 500 + [(X_3 + X_4)\ 1.000 \}\ X\ Rp.\ 575$

$= 1.000 \{ 500 (X_1 + X_2) + 575 (X_3 + X_4) \}$

Biaya Pembelian = di BALIKPAPAN + di INDRAMAYU

$= (X_1 + X_3)\ 300.000 + (X_2 + X_4)\ 650.000$

$= 1.000 \{ 300 (X_1 + X_3) + 650 (X_2 + X_4) \}$

Maksimumkan

$K (X) = 1.000 \times 25 \{\{20 (X_1 + X_2) + 23 (X_3 + X_4) \} - (12 (X_1 + X_3) + 26 (X_2 + X_4)) \}$

$K (X) = 25.000 (8 X_1 - 6 X_2 + 11 X_3 - 3 X_4)$

Batasan

Jumlah Kebutuhan maksimum	PREMIX	$(X_1 + X_2) \leq 100.000$
	SUPER – 98	$(X_3 + X_4) \leq 100.000$
Jumlah Penjualan Minimum	PREMIX	$(X_1 + X_2) \geq 50.000$
	SUPER – 98	$(X_3 + X_4) \geq 5.000$

Jumlah Persediaan	BALIKPAPAN	$(X_1 + X_3) \leq 40.000$
	INDRAMAYU	$(X_2 + X_4) \leq 60.000$

Kandungan Oktan

PREMIX $\dfrac{86\, X_1}{X_1 + X_2} + \dfrac{99\, X_2}{X_1 + X_2} \geq 88$

$86\ X_1 + 99\ X_2 \geq 88\ X_1 + 88\ X_2$

$-2\ X_1 + 11\ X_2 \geq 0$

$2\ X_1 - 11\ X_2 \leq 0$

SUPER – 98 $86\, X_3 \quad + \quad 99\, X_4 \quad \geq 98$

SUPER – 98 $\quad \frac{\quad}{X_3 + X_4} + \frac{\quad}{X_3 + X_4} \geq 98$

$$86\ X_3 + 99\ X_4 \geq 98\ X_3 + 98\ X_4$$

$$-\ 12\ X_3 + X_4 \geq 0$$

$$12\ X_3 + X_4 \leq 0$$

Tekanan Penguapan

di BALIKPAPAN $\quad \frac{25 X_1}{X_1 + X_3} + \frac{25 X_3}{X_1 + X_3} \leq 23$

$$25\ X_1 + 25\ X_3 \leq 23\ X_1 + 23\ X_3$$

$$2\ X_1 + 2\ X_3 \leq 0$$

di INDRAMYU $\quad \frac{15\ X_2}{X_2 + X_4} + \frac{15\ X_4}{X_2 + X_4} \leq 23$

$$X_2 + 15\ X_4 \leq 23\ X_2 + 23\ X_4$$

$$8\ X_2 + 8\ X_4 \geq 0$$

2.11 Pemodelan Produksi Hamburrger

Penentuan variabel bahan hamburger

Roti X_1

Daging X_2

Kentang X_3

Sayur X_4

Bumbu X_5

Harga Jual Tiap Variabel Bahan

Jenis	Harga per kg (Rp/kg)	
Roti	12000	
Daging	30000	
Kentang	8000	
Sayur	2000	
Bumbu - bumbu	3000	

FUNGSI OBJECTIVE

Jadi persoalan tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

dari persoalan tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$$F(x) = 12000X_1 + 30000X_2 + 8000X_3 + 2000X_4 + 3000X_5$$

BATASAN KANDUNGAN YANG TERDAPAT PADA TIAP VARIABEL BAHAN

Batasan maksimal Kalori = 3000

Batasan maksimal Protein = 100gram

Batasan maksimal Lemak = 30gram

Batasan maksimal Vitamin = 60gram

Batasan maksimal Garam = 10gram

Komposisi Kandungan Tiap Variabel Bahan

Jenis	Kalori	Protein	Lemak	Multi Vitamin	Garam
Roti	2500	80	20	40	5
Daging	3000	150	30	50	5
Kentang	600	20	10	30	3
Sayur	100	10	0	60	3
Bumbu - bumbu	600	40	30	50	7

Dengan Batasan

$$2500X_1 + 3000X_2 + 600X_3 + 100X_4 + 600X_5 \leq 3000$$

$$80X_1 + 150X_2 + 20X_3 + 10X_4 + 40X_5 \leq 100$$

$$20X_1 + 30X_2 + 10X_3 + 30X_5 \leq 30$$

$$40X_1 + 50X_2 + 30X_3 + 60X_4 + 50X_5 \leq 60$$

$$5X_1 + 5X_2 + 3X_3 + 3X_4 + 7X_5 \leq 10$$