



Teori Peluang Statistik dan Probabilitas

Peluang suatu kejadian

○ Percobaan:

Percobaan adalah suatu tindakan atau kegiatan yang dapat memberikan beberapa kemungkinan hasil

• Ruang Sampel:

Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan

• Kejadian:

Kejadian (event) adalah salah satu subhimpunan (subset) A dari ruang sampel S

Pendahuluan

- Prediksi kejadian sangat diperlukan dan diminati dalam berbagai bidang kehidupan. Seperti peramalan cuaca, penelitian ilmiah, permainan, bisnis, dll.
- Ruang contoh : Himpunan semua kemungkinan hasil suatu percobaan, dan dilambangkan dengan huruf S.
 $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ adalah kejadian angka pada sebuah dadu.
- Kejadian : suatu himpunan bagian dari ruang contoh.
 $S = \{\text{merah, jingga, kuning}\}$
 $A = \{\text{merah}\}$ adalah kejadian sederhana
 $B = \{\text{jingga} \cup \text{kuning}\} = \{\text{jingga, kuning}\}$ adalah kejadian majemuk

Contoh pakai peluang

- Permainan
- Lomba / juara
- Prediksi skor
- Peluang kemiripan

Peluang suatu Kejadian

Jika S adalah ruang sampel dengan banyaknya anggota = $n(S)$ dan E merupakan suatu kejadian dengan banyaknya anggota = $n(E)$, maka peluang kejadian E adalah:

$$P(E) = \frac{n(S)}{n(E)}$$

Kisaran nilai peluang $P(E)$ adalah: $0 \leq P(E) \leq 1$

$P(E) = 1$ disebut kejadian pasti

$P(E) = 0$ disebut kejadian mustahil

Peluang suatu Kejadian

Contoh

Pada pelemparan sebuah dadu, tentukan peluang munculnya sisi berangka ganjil !

Jawab:

Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\rightarrow n(S) = 6$$

Sisi berangka ganjil = $\{1, 3, 5\}$

$$\rightarrow n(E) = 3$$

sehingga $P(E) = 3/6 = 1/2$

- Terdapat 10 uang koin pada kantong yang terdiri dari pecahan :
 - 500 : 2, 1000 : 4, 200 : 2, 100 : 2

Peluang mendapatkan uang 1000 dalam 1 x pengambilan?

- 1000 : 4, Total : 10 $\rightarrow 4/10 = 2/5 = 0,4$

Peluang mendapatkan uang 1000 dalam 3x pengambilan?

Peluang harapan = $0,4 \times 3 = 1,2$

Peluang mendapatkan uang 100 dalam 5x pengambilan?

Peluang harapan = $2/10 \times 5 = 1$

Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Frekuensi harapan dari sejumlah kejadian merupakan banyaknya kejadian dikalikan dengan peluang kejadian itu.

Misalnya pada percobaan A dilakukan n kali, maka frekuensi harapannya ditulis sebagai berikut :

$$F_h = n \times P(A)$$

Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Contoh :

Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 240 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka.

Jawab:

$$S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\}$$
$$\Rightarrow n(S) = 8$$

$$A = \{AGG, GAG, GGA\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$F_h(A) = n \times P(A) = 240 \times \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= 240 \times \frac{3}{8} = 90 \text{ kali}$$

Contoh :

Contoh

Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 240 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka.

Jawab:

- (A,G)
- AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG = 8
- 2G dan 1A \rightarrow 3
- 1x \rightarrow $\frac{3}{8}$
- 240 x \rightarrow $\frac{3}{8}$ x 240 = 90 kali

Contoh :

- Sebuah dadu dan 1 uang Logam di lemparkan secara bersamaan sebanyak 10 x. Berapa peluang harapan untuk mendapatkan :
 - a. Mata dadu 1 dengan Angka
 - a. S ada 12 = $\{(1,A), (1,G), \dots \dots (6,A), (6,G)\}$
 - b. S dadu = 6 dan S uang logam = 2 = $6 \times 2 = 12$
 - c. Peluang mata dadu 1 dan A $(1,A) = 1$,
 - d. $1/12 * 10 = 10/12 = 0,83$
 - b. Mata dadu genap dan Gambar $\rightarrow 3/12 * 10 = 30/12 = 2,5$
 - c. Mata dadu selain angka 2 dan Gambar? $\rightarrow 11/12 * 10 = 9,16$

Contoh :

- Sebuah dadu dan 2 uang Logam di lemparkan secara bersamaan sebanyak 10 x. Berapa peluang harapan untuk mendapatkan :
 1. Muncul : (1,A,A)
 2. Muncul mata dadu Genap dan pasangan sembarang?
 3. Muncul mata dadu 1 dengan pasangan sembarang?

Latihan :

Contoh : Pada percobaan pelemparan 4 mata uang logam sekaligus sebanyak 100 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya 2 gambar dan 2 angka.

Jawab :

$$S = 16$$

$$A = 6$$

$$Ph = 100 * (6/16) = 37,5$$

Kejadian Majemuk

Kejadian Majemuk : Dua atau lebih kejadian yang dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru

Suatu kejadian E dan kejadian komplementnya E' memenuhi persamaan :

$$P(E) + P(E') = 1 \text{ atau } P(E') = 1 - P(E)$$

Contoh:

Dari seperangkat kartu remi (bridge) diambil secara acak satu lembar kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu bukan As !

Jawab:

$$\text{banyaknya kartu} = n(S) = 52$$

$$\text{banyaknya kartu As} = n(E) = 4 \rightarrow P(E) = 4/52 = 1/13$$

$$\text{Peluang bukan As} = P(E') = 1 - P(E)$$

$$= 1 - 1/13 = 12/13$$

Peluang Saling Lepas

Penjumlahan Peluang:

Dua kejadian A dan B **saling lepas** jika tidak ada satupun elemen A sama dengan elemen B.

Untuk dua kejadian saling lepas, peluang salah satu A atau B terjadi, ditulis: $P(A \cup B)$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Jika A dan B **tidak saling lepas** maka

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh

Peluang Kejadian Saling Lepas

Sebuah dadu merah dan sebuah dadu putih dilempar bersamaan satu kali, tentukan peluang munculnya mata dadu berjumlah 3 atau 10 !

Jawab: Perhatikan tabel berikut ini!

| | | MATA D ADU MERAH | | | | | |
|-----------------|---|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| MATA DADU PUTIH | 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| | 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| | 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| | 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| | 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| | 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Kejadian mata dadu berjumlah 3
(warna kuning)

$$A = \{(1,2), (2,1)\} \rightarrow n(A) = 2$$

Kejadian mata dadu berjumlah 10
(warna biru)

$$B = \{(6,4), (5,5), (4,6)\} \rightarrow n(B) = 3$$

A dan B tidak memiliki satupun
Elemen yg sama, sehingga:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= 2/36 + 3/36 \\ &= 5/36 \end{aligned}$$

Contoh

Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas

Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set kartu remi. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah kartu hati atau kartu bergambar (kartu King, Queen, dan Jack)

Jawab:

Banyaknya kartu remi = $n(S) = 52$

Banyaknya kartu hati = $n(A) = 13$

Banyaknya kartu bergambar = $n(B) = 3 \times 4 = 12$

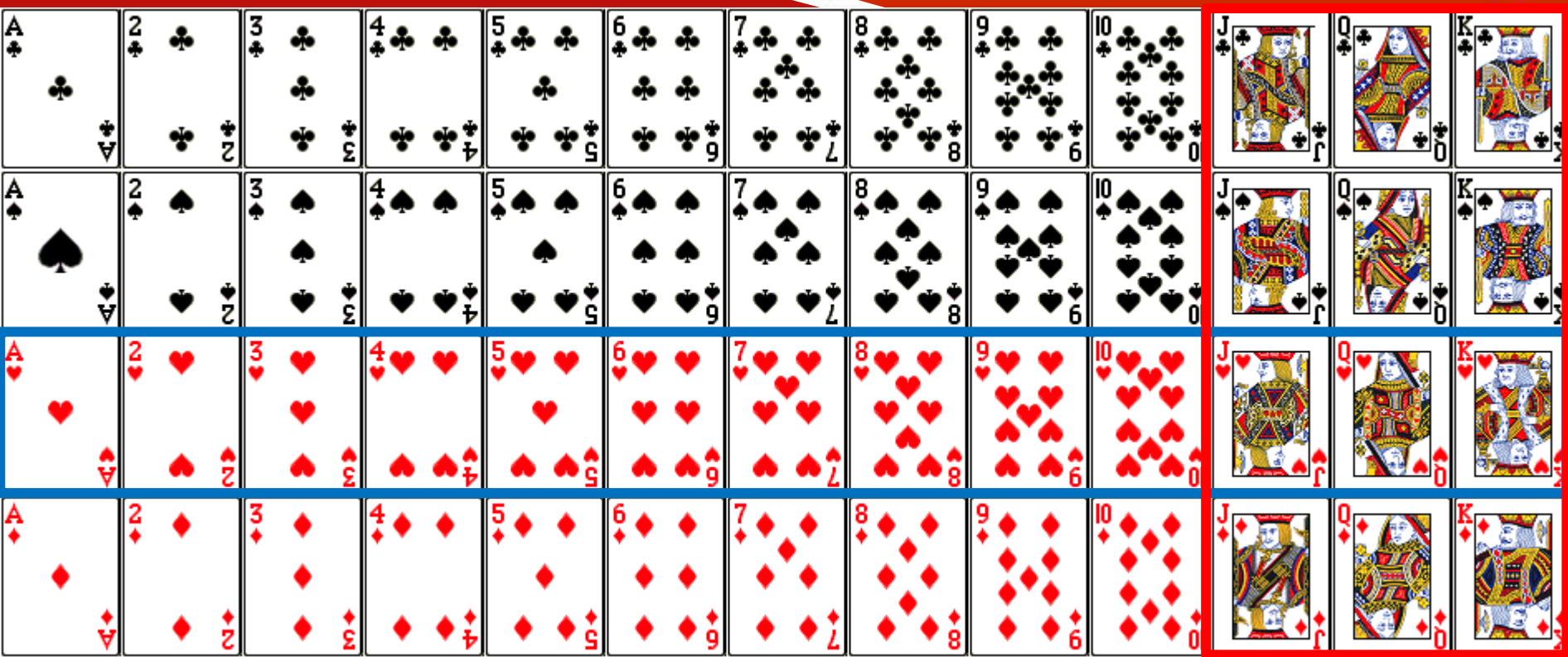
Kartu hati dan kartu bergambar dapat terjadi bersamaan yaitu kartu King hati, Queen hati, dan Jack hati), sehingga A dan B tidak saling lepas $\rightarrow n(A \cap B) = 3$

Peluang terambil kartu hati atau bergambar adalah :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52}$$

$$= \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$



- Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set kartu remi. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah kartu hati atau kartu bergambar (kartu King, Queen, dan Jack)

Peluang Saling Bebas

Dua kejadian A dan B saling bebas, jika munculnya kejadian A tidak mempengaruhi peluang munculnya kejadian B. Untuk A dan B saling bebas, peluang bahwa A dan B terjadi bersamaan adalah:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh:

Peluang Kejadian Saling Bebas

Pada percobaan pelemparan dua buah dadu, tentukan peluang munculnya angka genap pada dadu pertama dan angka ganjil prima pada dadu kedua

Jawab:

Mis. A = kejadian munculnya angka genap pada dadu I
= {2, 4, 6}, maka $P(A) = 3/6$

B = kejadian munculnya angka ganjil prima pada dadu II
= {3, 5}, maka $P(B) = 2/6$

Karena kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B, maka keduanya disebut kejadian bebas, sehingga

Peluang munculnya kejadian A dan B adalah:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\ &= 3/6 \times 2/6 = 1/6 \end{aligned}$$

Peluang Kejadian Bersyarat

Jika munculnya A mempengaruhi peluang munculnya kejadian B atau sebaliknya, A dan B adalah kejadian bersyarat, sehingga:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A/B)$$

Contoh

Peluang Kejadian Bersyarat

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 4 bola biru. Jika diambil 2 bola satu persatu tanpa pengembalian, tentukan peluang terambil **bola merah** pada pengambilan pertama dan **bola biru** pada pengambilan kedua.

Jawab



Pada pengambilan pertama tersedia 5 bola merah dari 9 bola sehingga $P(M) = 5/9$.

Karena tidak dikembalikan, maka pengambilan kedua jumlah bola yang tersedia sisa 8, sehingga peluang terambilnya bola biru dengan syarat bola merah telah terambil pada pengambilan pertama adalah $P(B/M) = 4/8$

Jadi, peluang terambilnya bola merah pada pengambilan pertama dan biru pada pengambilan kedua adalah:

$$\begin{aligned} P(M \cap B) &= P(M) \times P(B/M) \\ &= 5/9 \times 4/8 = 5/18 \end{aligned}$$