



# DISTRIBUSI PELUANG

Disampaikan kembali oleh: Lia Rosmalia

# VARIABEL ACAK

## **Variabel acak**

Sebuah ukuran atau besaran yang merupakan hasil suatu percobaan atau kejadian yang terjadi acak atau untung-untungan dan mempunyai nilai yang berbeda-beda.

## **Variabel acak diskret**

Ukuran hasil percobaan yang mempunyai nilai tertentu dalam suatu interval.

## **Variabel acak kontinu**

Ukuran hasil percobaan yang mempunyai nilai yang menempati seluruh titik dalam suatu interval.

# DISTRIBUSI PELUANG DISKRIT

Adalah sebuah tabel atau rumus yang mencantumkan semua kemungkinan nilai variabel acak diskrit dan nilai peluangnya

Syarat:

1.  $f(x) \geq 0$ , nilai peluang selalu lebih besar dari 0
2.  $\sum_{i=0}^{\infty} p(x) = 1$ , jumlah total peluang pada sebuah kejadian sama dengan 1

Distribusi peluang diskrit dapat digambarkan dalam bentuk tabel, grafik, maupun persamaan.

## Contoh :

1. Tentukan rumus distribusi peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 3 kali. Buatlah tabelnya ?

Eksperimen :

pelemparan 1 mata uang 3x, Banyaknya titik sampel =  $2^3 = 8$

$S = \{AAA, AAG, AGG, GGG, AGA, GAG, GAA, GGA\}$

Banyaknya muncul sisi gambar adalah  $\binom{3}{x}$   
Jadi fungsi peluang adalah :

$$f_{(x)} = \frac{\binom{3}{x}}{8}$$

Untuk  $x = 0,1,2,3$

Tabel distribusi peluang :

Harga $x$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Prob $x = f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

**= 1**

## 2. Sebuah dadu dilemparkan 2x

Misalkan :  $x$  = jumlah titik dadu dalam kedua lemparan itu, maka

$$x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$$

Tabel distribusi probabilitas  $x$  :

Harga $x$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prob $x = f(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$\text{a) } P(x > 8) = P(x=9) + P(x=10) + P(x=11) + P(x=12)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36}$$

$$\text{b) } P(4 < x < 7) = P(x=5) + P(x=6)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36}$$

# DISTRIBUSI BINOMIAL

## Sifat percobaan Binomial

- \* Percobaan dilakukan dalam  $n$  kali ulangan yang sama.
- \* Kemungkinan yang terjadi pada tiap ulangan hanya ada 2, yaitu “sukses” atau “gagal”.
- \* Probabilitas “sukses” yang dinotasikan dengan  $p$  selalu tetap pada tiap ulangan.
- \* Tiap ulangan saling bebas (independent).

## Fungsi Peluang Binomial

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{(n-x)}$$

dimana :

$p$  : probabilitas sukses sebuah percobaan,  
 $q = 1-p,$

$n$  : jumlah percobaan

$x$  : jumlah sukses.

Jumlah sukses x	Probabilitas P(x)
0	$\frac{n!}{0!(n-0)!} p^0 q^{(n-0)}$
1	$\frac{n!}{1!(n-1)!} p^1 q^{(n-1)}$
2	$\frac{n!}{2!(n-2)!} p^2 q^{(n-2)}$
3	$\frac{n!}{3!(n-3)!} p^3 q^{(n-3)}$
⋮	⋮
n	$\frac{n!}{n!(n-n)!} p^n q^{(n-n)}$
	1.00

Mean dari distribusi binomial :

$$\mu = E(X) = np$$

Variansi dari distribusi binomial :

$$\sigma^2 = V(X) = npq$$

Deviasi standar dari distribusi binomial :

$$\sigma = \text{SD}(X) = \sqrt{npq}$$

## CONTOH :

Probabilitas bahwa seseorang pasien penderita penyakit jantung akan sembuh adalah 0,4. Jika 10 orang diketahui terserang penyakit jantung, berapa probabilitas :

- a) 3 orang yang sembuh
- b) Paling banyak 3 orang yang sembuh
- c) Paling sedikit 3 orang yang sembuh

# PENYELESAIAN :

$$\text{a) } P(x=3) = \binom{10}{3} \cdot (0,4)^3 \cdot (0,6)^7 \quad \text{atau}$$

dengan Tabel I (Binomial) :

$$\begin{aligned} P(x=3) &= P(x \leq 3) - P(x \leq 2) \\ &= 0,382 - 0,167 \\ &= 0,215 \end{aligned}$$

b) Paling banyak 3 berarti : 0, 1, 2, 3.

$$\begin{aligned} &= P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) \\ &= \binom{10}{0} \cdot (0,4)^0 \cdot (0,6)^{10} + \binom{10}{1} \cdot (0,4)^1 \cdot (0,6)^9 + \binom{10}{2} \cdot (0,4)^2 \cdot (0,6)^8 + \\ &\quad \binom{10}{3} \cdot (0,4)^3 \cdot (0,6)^7 \end{aligned}$$

atau dengan Tabel I

$$P(x \leq 3) = b(3; 10; 0,4) \\ = 0,382$$

c) Paling sedikit 3 berarti : 3, 4, 5, ..., 10 = A

$A^c$  0, 1, 2

$$P(A^c) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)$$

$$= \binom{10}{0} \cdot (0,4)^0 \cdot (0,6)^{10} + \binom{10}{1} \cdot (0,4)^1 \cdot (0,6)^9 + \binom{10}{2} \cdot (0,4)^2 \cdot (0,6)^8 \\ = \dots$$

$P(A) = 1 - P(A^c)$  atau dengan Tabel I

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x \leq 2) \\ = 1 - 0,167 \\ = 0,833$$

Rata-rata = mean x :

$$\mu = n.p = 10.(0,4) = 4$$

Variansi x :

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= n.p.q = n.p.(1-q) \\ &= 10.(0,4).(0,6) = 2,4\end{aligned}$$

Deviasi standar x :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2,4} = 1,55$$

# Latihan Soal 1

1. Berdasarkan suatu survey diketahui 2 dari 5 laki-laki dewasa punya peluang menderita Osteoporosis. Jika disuatu kantor ada 5 orang laki-laki, hitunglah probabilitas bahwa 5 orang tersebut :
  - a. Tidak ada satupun yang menderita Osteoporosis
  - b. Paling sedikit 3 orang menderita Osteoporosis
  - c. Hanya 2 orang menderita Osteoporosis

## Latihan Soal 2

2. Menurut pendapat seorang ahli mengatakan bahwa 4 dari 7 wanita berpotensi mengalami anemia. Dari 10 orang wanita, tentukan probabilitasnya
  - a. Hanya satu orang wanita yang mengalami anemia
  - b. Lebih dari 7 orang wanita mengalami anemia
  - c. Paling sedikit 2 orang wanita mengalami anemia

# DISTRIBUSI POISSON

## Sifat percobaan Poisson

1. Peluang suatu kejadian adalah sama untuk 2 (dua) interval yang sama.
2. Kejadian pada suatu interval saling bebas dengan kejadian pada interval yang lain
3. Terjadinya kejadian sangat jarang terjadi

## \* Fungsi Peluang Poisson

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Dimana

$x$  = banyaknya kejadian pada interval waktu tertentu

$\lambda$  = rata-rata banyaknya kejadian pada interval waktu tertentu

$$\lambda = n.p$$

$e = 2.71828$  (bilangan natural)

Nilai Harapan (*Expected Value*) atau Rata-rata

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} xp(x) = \lambda$$

Varian

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \lambda$$

Simpangan Baku (*Standard Deviation*)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\lambda}$$

# CONTOH :

Di RS Mercy, 3 dari 100 pasien pasti mendatangi UGD per jamnya. Berapa peluang dari 100 pasien akan mendatangi UGD pada akhir minggu sebanyak :

- a. 4 pasien saja
- b. paling banyak 2 pasien
- c. paling sedikit 2 pasien

## PENYELESAIAN :

Diketahui :

$$\lambda = n \cdot p = 3/100 * 100$$

$$x = 4$$

$$p(4) = \frac{3^4 e^{-3}}{4!} = 0,1680$$

Jadi peluang ada 4 pasien mendatangi UGD pada akhir minggu adalah 0,1680

# Latihan Soal 1

1. Probabilitas bahwa seorang balita akan menderita reaksi buruk akibat imunisasi adalah 0,001. Hitunglah bahwa dari 2000 balita yang diimunisasi,
  - a. Tidak ada satupun balita yang menderita reaksi buruk akibat imunisasi.
  - b. Hanya 2 balita yang menderita reaksi buruk akibat imunisasi
  - c. Lebih dari 3 balita yang menderita reaksi buruk akibat imunisasi

## Latihan Soal 2

2. Seorang broker real estate mengatakan bahwa 2 dari 40 rumah yang ditawarkan akan terjual dalam setiap minggunya. Jika rumah yang tersedia 80 rumah, tentukan probabilitas bahwa dalam waktu satu minggu yang akan terjual :
- Hanya satu rumah
  - Lebih dari 5 rumah

# DISTRIBUSI PELUANG KONTINU

- \* Distribusi peluang untuk variabel acak kontinu tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel, tetapi dinyatakan dalam sebuah fungsi yang disebut *fungsi densitas*
- \* Fungsi tersebut dinyatakan sedemikian sehingga luas daerah di bawah kurva, diatas sumbu  $x \approx 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

# RATA-RATA HITUNG / HARGA HARAPAN / EKSPEKTASI, VARIANSI DAN STANDAR DEVIASI

- **Rata-rata  
Hitung/Harga  
harapan/ Ekspektasi**

$$\mu_x = E(x) = \sum x \cdot f(x)$$

- **Varians**

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E(x^2) - E(x)^2 \\ &= \sum (x^2 \cdot f(x)) - [\sum (x \cdot f(x))]^2\end{aligned}$$

- **Standar Deviasi**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

# Contoh

1. Diketahui : distribusi probabilitas sbb :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1

Hitung : a) Mean x

b) Variansi x

c) Deviasi standar x

d) Jika  $y = 4x - 2$ ,

hitung :  $E(y)$ ,  $\text{var}(y)$  &  $Ds(y)$

Jawab :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1
x.f(x)	0,10	0,50	0,60	0,60	1,50	3,30
x <sup>2</sup> .f(x)	0,10	1,00	1,80	2,40	7,50	12,8

$$= \sum x \cdot f(x)$$

$$= \sum x^2 \cdot f(x)$$

$$\text{Mean } x = E(x) = \sum x \cdot f(x) = 3,30$$

$$\text{Var } (x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= 12,8 - (3,3)^2$$

$$= 12,8 - 10,89$$

$$= 1,91$$

$$c) Ds(x) = \sqrt{\text{var}(x)} = 1,38$$

$$d) y = 4x - 2$$

$$E(y) = E(4x-2)$$

$$= 4 \cdot E(x) - 2$$

$$= 4 \cdot (3,3) - 2$$

$$= 13,2 - 2$$

$$= 11,2$$

$$Ds(y) = Ds(4x-2)$$

$$= 4 \cdot Ds(x)$$

$$= 4 \cdot (1,38) = 5,52$$

$$\text{Var}(y) = \text{var}(4x-2)$$

$$= 4 \cdot \text{var}(x)$$

$$= 4 \cdot (1,91)$$

$$= 7,64$$

2) Diketahui table distribusi probabilitas  $x$

$x$  = banyak computer yang terjual dalam 1 hari

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

Hitung :

a) Banyak computer yang diharapkan terjual rata-rata dalam 1 hari =  $E(x)$

b) Deviasi standar  $x$  =  $Ds(x)$

Jawab :

x	0	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	1
x.f(x)	0	0,1	0,4	0,9	0,8	0,5	2,7
x <sup>2</sup> .f(x)	0	0,1	0,8	2,7	3,2	2,5	9,3

$$= E(x)$$

$$= E(x^2)$$

$$a) E(x) = \sum x.f(x) = 2,7$$

$$b) \text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= 9,3 - (2,7)^2$$

$$= 2,01$$

$$Ds(x) = \sqrt{\text{var}(x)} = \sqrt{2,01} = 1,42$$

# DISTRIBUSI NORMAL

- \* Distribusi normal adalah sebuah distribusi yang paling luas penggunaannya.
- \* Karakteristik Distribusi Peluang Normal
  - \* Bentuk kurva normal seperti bel dan simetris.
  - \* Parameter  $\sigma$ , menunjukkan lebar dari kurva normal (semakin besar nilainya, semakin lebar).
  - \* Titik tertinggi dari kurva normal terletak pada nilai rata-rata=median=modus.
  - \* Luas total area di bawah kurva normal adalah 1. (luas bagian di sebelah kiri  $\mu$  = sebelah kanan  $\mu$ ).
  - \* Peluang suatu variabel acak normal sama dengan luas di bawah kurva normal.

Persamaan distribusi normal tergantung pada 2 parameter, yaitu  $\mu$  dan  $\sigma$ . Persamaanya sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

Dimana:  $\mu$  = rata-rata (*mean*)

$\sigma$  = simpangan baku (*standard deviation*)

$\pi$  = 3.14159

$e$  = 2.71828



Untuk mempermudah perhitungan itu, maka variabel  $x$  di transformasi menjadi angka baku  $z$ , dimana :


$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

# Latihan Soal 1

1. Suatu variable random mempunyai distribusi normal dengan mean = 80 dan simpangan baku = 4,8. Berapa probabilitasnya bahwa variable random akan mempunyai nilai :
  - a. Kurang dari 87,2
  - b. Lebih dari 76,4
  - c. Antara 81,2 dan 86,0
  - d. Antara 71,6 dan 88,4

# Latihan Soal 2

2. Pengemudi taksi berdasarkan pengalamannya mengetahui bahwa jumlah penumpang yang ia antarkan untuk sore hari rata-rata 23,7 orang dengan deviasi standar 4,2. Jika dianggap jumlah penumpang berdistribusi normal, hitunglah probabilitasnya bahwa waktu sore hari pengemudi taksi tersebut mengantarkan :
- 20 penumpang
  - Paling sedikit 18 penumpang
  - Paling banyak 25 penumpang
  - 15 sampai 21 penumpang



**Silahkan pelajari materinya dan kerjakan soal-soal latihan yang ada pada slide ini.**

**Note : Materi dapat dilengkapi lagi dengan literatur lainya agar lebih memperjelas pembahasan dan pengerjaan latihan-latihannya.**