

# Materi

## Capaian

## Topik: Analisis Fungsi Real

### Subtopik:

- Daerah Asal
- Fungsi dan Grafik
- Fungsi Genap dan Ganjil
- Fungsi Trigonometri
- Menggambar Fungsi dengan Teknik Pergeseran
- Fungsi Komposisi
- Daerah Asal dan Daerah Nilai Fungsi Komposisi

## Latihan Soal



## Capaian

Mahir menentukan **domain** dan **range**, menggambar grafik fungsi **linier** serta **kuadrat** menggunakan teknik **pergeseran**, mengidentifikasi fungsi **genap/ganjil**, dan menguasai operasi **komposisi** dua fungsi atau lebih untuk menyelesaikan persoalan kalkulus.



## Daerah Asal (1)

### □ Soal (1) – Menentukan Domain

- Tentukan **domain** dari fungsi berikut:

$$f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$$



## Daerah Asal (2)

### ❑ Domain

- $f(x)$  di sebut **fungsi**: adalah sebuah mesin
- **Domain (Daerah asal)**: bahan baku yang boleh masuk
  - ✓ Himpunan nilai input ( $x$ ) yang **mungkin** sehingga fungsi bisa **terdefinisi** (menghasilkan bilangan real ( $\mathbf{R}$ ))

### ❑ Aturan

- **Penyebut** tidak boleh 0 (nol); jika  $\frac{y}{x}$ , maka  $x \neq 0$
- Jika:  $\sqrt{x}$ , maka  $x \geq 0$  (harus positif tidak boleh negative)  
(bilangan negative akan menghasilkan bilangan imajiner, bilangan ini dihindari dalam kalkulus)

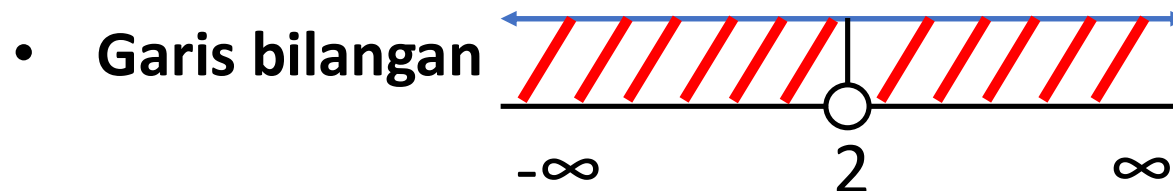


## Daerah Asal (3)

### □ Solusi – Soal (1)

$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

- **Syarat:** penyebut  $\neq 0$ , maka  $x - 2 \neq 0$ , jadi  $x \neq 2$
- **Domain:** semua bilangan real pada  $x > 2$  dan  $x < 2$
- **Notasi himpunan:**  $D_f = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 2 \text{ dan } x < 2\}$
- **Interval:**  $(-\infty, 2) \cup (\infty, 2)$





## Daerah Asal (4)

### □ Soal (2) – Menentukan Domain dan Range

Tentukan **domain** dan **range** dari fungsi  $f(x) = \sqrt{x - 4}$



## Daerah Asal (5)

### □ Range

- Range adalah himpunan semua nilai output  $y$  atau  $f(x)$  setelah memasukkan semua nilai domain ( $x$ )

### □ Solusi – Soal (2)

$$f(x) = \sqrt{x - 4}$$

- **Domain:** isi dibawah akar  $\geq 0$ , maka  $x - 4 \geq 0$ 
  - ✓  $x - 4 \geq 0, x \geq 4$
  - ✓  $D_f = [4, \infty)$
- **Range:** masukkan nilai  $D_f$  mulai dari  $x = 4$ , maka  $R_f = [0, \infty)$



## Fungsi dan Grafik (1)

### □ Soal (3) – Menggambar Grafik dan Menentukan Range (fungsi Linear dan fungsi Kuadrat)

1) Sebuah **fungsi linear**:  $f(x) = -2x + 4$ , dengan batasan domain  $-1 \leq x < 3$

2) Sebuah **fungsi kuadrat**:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

- Gambarkan masing-masing grafik fungsi tersebut pada koordinat kartesius?
- Tentukan range berdasarkan grafik yang dibuat?



## Fungsi dan Grafik (2)

### □ Grafik (apa gunanya?)

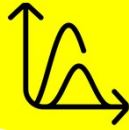
- **Visualisasi perilaku** sebuah fungsi  $f(x)$ : kita bisa melihat apakah fungsi naik, turun, atau memiliki titik balik
- **Analisis limit dan kontinuitas**: kita bisa melihat apakah ada 'celah' pada fungsi  $f(x)$  tersebut

 $f_x$ 

## Fungsi dan Grafik (3)

### □ Doman, Range vs Grafik

- **Cara mudah membaca Domain dan Range:** tidak perlu menghitung rumit
- **Domain (sumbu-x):** sebaran grafik dari **kiri** ke **kanan**
- **Range (sumbu-y):** sebaran grafik dari **bawah** ke **atas**



## Fungsi dan Grafik (4)

### □ Fungsi Linear

$$f(x) = ax + b$$

- Grafik berbentuk **garis lurus**
- Cari titik potong sumbu-y; masukkan  $x = 0$ , maka  $y = b$ , titik koordinat  $(0, b)$
- Cari titik potong sumbu-x; masukkan  $y = 0$ , maka  $x = -\frac{b}{a}$ , titik koordinat  $(-\frac{b}{a}, 0)$
- Kedua titik koordinat dihubungkan

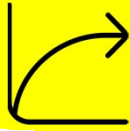


## Fungsi dan Grafik (5)

### □ Fungsi Kuadrat

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Grafik berbentuk **parabola**
- Tentukan arah; jika  $a > 0$ , maka terbuka ke atas, jika  $a < 0$ , maka terbuka ke bawah
- Cari titik puncak  $(x_p, y_p)$ ;  $x_p = -\frac{b}{2a}$ ;  $y_p = f(x_p)$
- Cari titik potong: faktorkan persamaan kuadratnya dan masukkan nilai  $x$
- Gambar kurva: hubungkan titik titik



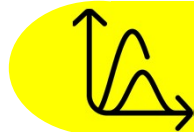
## Fungsi dan Grafik (6)

### □ Solusi – Soal (3-1) – Fungsi Linear

$$f(x) = -2x + 4, \text{ domain } -1 \leq x < 3$$

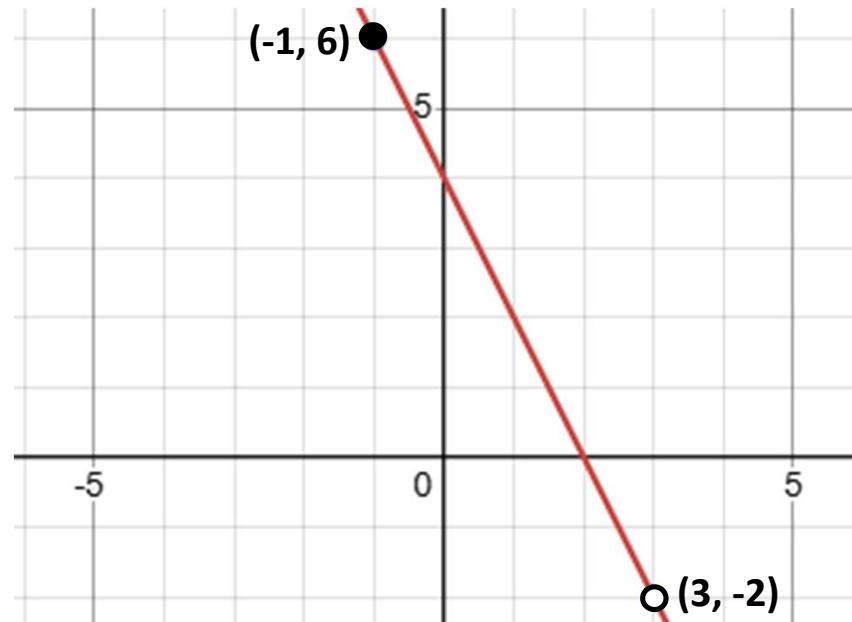
#### 1) Mencari titik ujung: Batasan domain $[-1, 3)$

- ✓ Untuk  $x = -1$ , maka  $f(-1) = -2(-1) + 4 = 6$ , titik  $(-1, 6)$  (notasi: bulat penuh)
- ✓ Untuk  $x = 3$ , maka  $f(3) = -2(3) + 4 = -2$ , titik  $(3, -2)$  (notasi: bulat kosong)



## Fungsi dan Grafik (7)

2) Menggambar grafik: hubungkan kedua titik tersebut



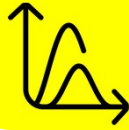


## Fungsi dan Grafik (8)

### 3) Menentukan range: lihat sumbu-y

- Titik terendah: -2
- Titik tertinggi: 6

range  $R_f = \{y \mid -2 < y \leq 6\}$ , atau dalam notasi interval:  $(-2, 6]$



## Fungsi dan Grafik (9)

### □ Solusi – Soal (3-2) – fungsi Kuadrat

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

1) **Arah:**  $a = 1$ , maka parabola terbuka ke arah atas

2) **Titik puncak:**  $(x_p, y_p)$

- $x_p = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = 2$
- $y_p = f(2) = 2^2 - 4(2) + 3 = -1$
- Titik puncak =  $(2, -1)$

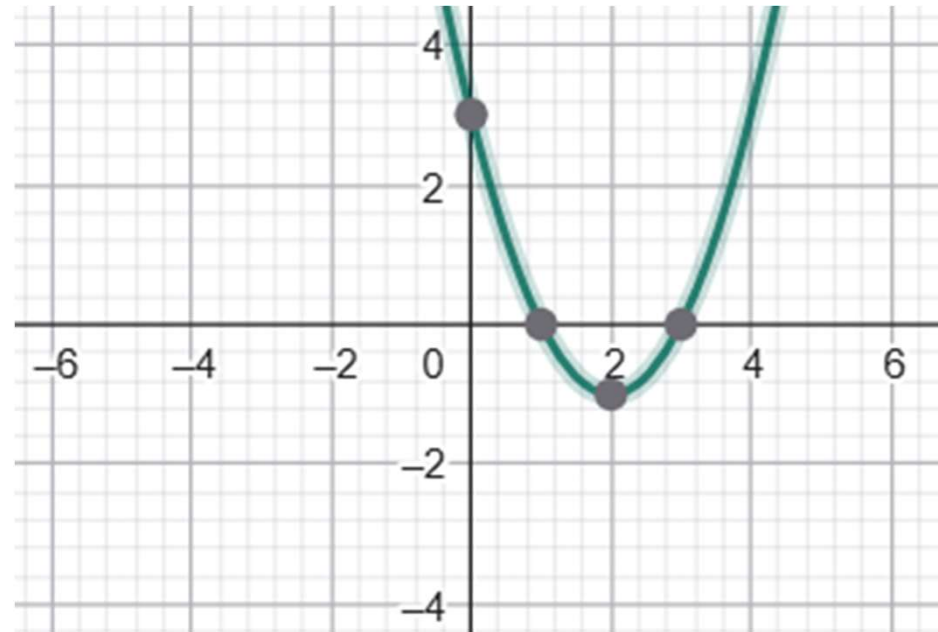


## Fungsi dan Grafik (10)

3) Titik Potong:  $(x - 1)(x - 3) = 0$

- $x - 1 = 0, x = 1$
- $x - 3 = 0, x = 3$

4) Menggambar kurva





## Fungsi dan Grafik (11)

- 5) **Domain:** tidak ada Batasan pada  $x$ , maka domain =  $(-\infty, \infty)$
- 6) **Range:** titik terendah ada di  $y = -1$ , dan terus naik ke atas, maka range  $[-1, \infty)$



## Latihan (1)

- 1) Tentukan **domain** pada fungsi berikut agar terdefinisi pada garis bilangan real

$$f(x) = \frac{\sqrt{x + 5}}{x - 2}$$

**Petunjuk:** Ingat ada dua syarat: nilai di dalam akar genap harus  $\geq 0$  dan penyebut tidak boleh  $\neq 0$



## Latihan (2)

2) Tentukan **range** dari fungsi kuadrat berikut

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

**Petunjuk:** Carilah titik puncak ( $y_p$ ) terlebih dahulu. Karena koefisien  $x^2$  adalah negatif, maka parabola terbuka ke bawah dan titik puncaknya adalah nilai maksimum.



## Latihan (3)

3) Selesaikan pertidaksamaan berikut dan tuliskan himpunan penyelesaiannya dalam notasi interval:

$$\frac{1}{2}(4x - 8) \leq 3x + 2$$

**Petunjuk:** Selesaikan variabel  $x$  ke satu ruas. Hati-hati jika Anda harus mengalikan atau membagi dengan bilangan negatif (tanda pertidaksamaan akan berbalik).



## Latihan (4)

4) Tentukan nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan berikut:

$$x^2 - 5x - 6 > 0$$

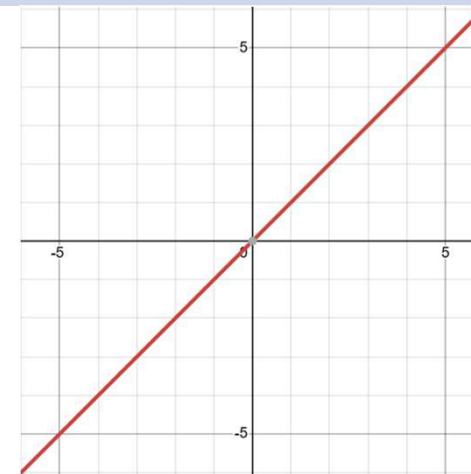
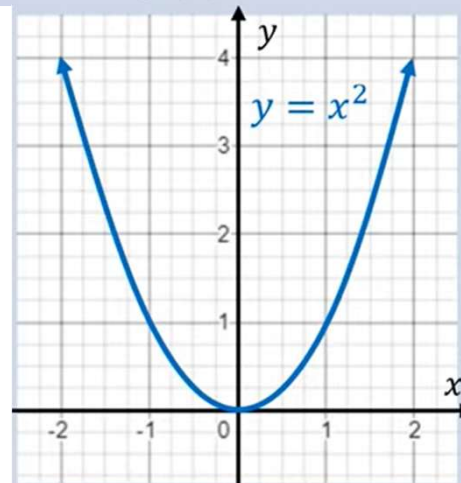
**Petunjuk:** Faktorkan persamaan kuadratnya untuk mencari titik kritis, plot pada garis bilangan, dan uji daerah (positif/negatif) untuk menentukan interval yang sesuai dengan tanda  $>$



# Fungsi Genap dan Ganjil (1)

## □ Definisi

| Pembanding              | Fungsi Genap                           | Fungsi Ganjil                           |
|-------------------------|--|---|
| Definisi secara aljabar | $f(-x) = f(x)$ , untuk semua nilai $x$ | $f(-x) = -f(x)$ , untuk semua nilai $x$ |
| Definisi pada grafik    | Simetris terhadap sumbu $y$            | Simetris terhadap titik asal $O(0, 0)$  |
| Contoh                  | $f(x) = x^2$                           | $f(x) = x$                              |





## Fungsi Genap dan Ganjil (2)

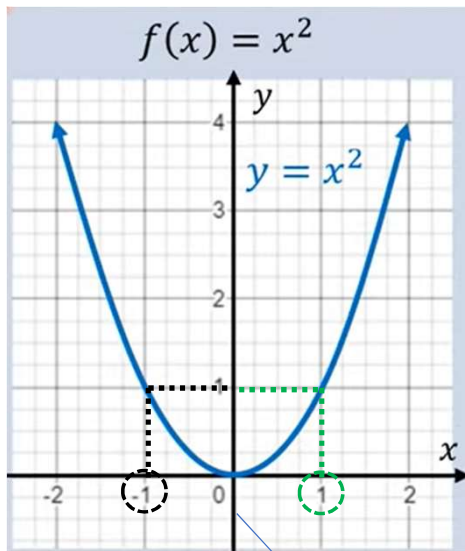
### □ Contoh – fungsi genap

$$f(x) = x^2$$

misal  $x = 1$ , maka  $f(1) = (1)^2 = 1$

misal  $x = -1$ , maka  $f(-1) = (-1)^2 = 1$

Perhatikan pada grafik, jika kita memasukkan  $x = 1$  dan  $x = -1$ , menghasilkan nilai  $y$  yang sama, yaitu  $y = 1$ . Begitu pun jika kita memasukkan nilai  $x$  lainnya, tetap akan menghasilkan nilai  $y$  yang sama. Hal ini disebut sumbu  $y$  sebagai cermin/ *mirror* (Silahkan anda coba,  $x = 2$ , dan  $x = -2$ )



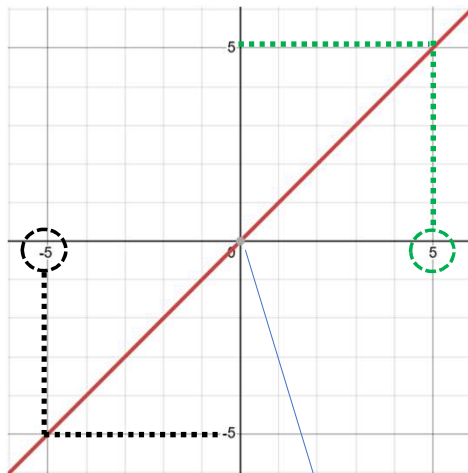
Sumbu  $y$  sebagai cermin/ *mirror*



## Fungsi Genap dan Ganjil (3)

### □ Contoh – fungsi ganjil

$$f(x) = x$$



misal  $x = 5$ , maka  $f(5) = 5$

misal  $x = -5$ , maka  $f(-5) = -5$

Perhatikan pada grafik, jika kita memasukkan  $x = 5$ , maka nilai  $y = 5$  dan jika kita memasukkan  $x = -5$  akan menghasilkan nilai  $y = -5$ . Hal ini karena titik  $O (0, 0)$  sebagai cermin/ *mirror* (Silahkan anda coba,  $x = 2$ , dan  $x = -2$ )

Sumbu  $O (0, 0)$  sebagai cermin/ *mirror*



DIKTISAINTEK  
BERDAMPAK

**TERIMA KASIH**