

Materi

Capaian

Analisis Probabilitas

- Pencacahan (Logika dasar)
- Permutasi (Logika urutan)
- Kombinasi (Logika tidak berurut)
- Peluang

Pretest



Capaian

Mahasiswa dapat **memahami** dan **menghitung** pencacahan, permutasi, kombinasi dan peluang dari satu kejadian atau lebih



Analisis Probabilitas

1. Pencacahan (Logika dasar)
2. Permutasi (Logika urutan)
3. Kombinasi (Logika tidak berurut)
4. Peluang



Pencacahan (1)

□ Definisi

- Aturan atau ketentuan yang digunakan saat menghitung peluang yang mungkin didapat dari sebuah percobaan

□ Kaidah Pencacahan

- Aturan Penjumlahan
- Aturan Perkalian
- Aturan pengisian tempat (*filling slots*)



Pencacahan (2)

□ Aturan Penjumlahan

- Jika ada k_1 cara melakukan kegiatan 1, k_2 cara melakukan kegiatan 2, ... , dan k_n cara melakukan kegiatan n , serta semua kegiatan tersebut saling lepas, maka ada $k_1 + k_2 + \dots + k_n$ cara untuk melakukan tepat satu kegiatan tersebut
- Biasanya digunakan untuk beberapa kejadian yang tidak terjadi sekaligus/berupa pilihan

Contoh: Fatih akan membeli sebuah mobil di sebuah showroom. Showroom itu menyediakan 3 jenis mobil sedan, 4 jenis mobil SUV dan 5 jenis mobil MPV. Berapa banyak pilihan Fatih untuk membeli mobil tersebut?

Jawab: banyaknya pilihan Fatih membeli mobil adalah $3 + 4 + 5 = 12$ Pilihan



Pencacahan (3)

□ Aturan Perkalian

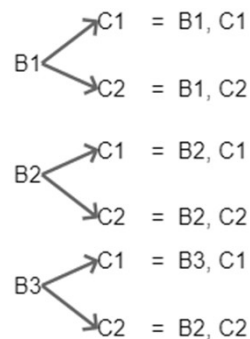
- Jika ada k_1 cara melakukan kegiatan 1, k_2 cara melakukan kegiatan 2, ... , dan k_n cara melakukan kegiatan n , maka keseluruhan kejadian dapat terjadi dengan $k_1 + k_2 + \dots + k_n$ cara
- Biasanya digunakan untuk beberapa kejadian yang sekaligus terjadi

Contoh: Toni memiliki 3 baju dan 2 celana. Berapa banyak cara Toni bisa memasangkan baju dan celana yang dimilikinya?

Jawab:

Keterangan:

1. B = Baju
2. C = Celana



6 pasang cara

Dengan aturan perkalian
 $3 \text{ (baju)} \times 2 \text{ (celana)} = 6$



Pencacahan (4)

Soal (1)

1) Fatiya memiliki 4 mobil, 3 motor dan 2 sepeda. Berapa banyak cara Fatiya pergi ke kantor dengan kendaraan yang dimilikinya?

Jawab: Aturan penjumlahan

$$4 + 3 + 2 = 9 \text{ cara}$$

2) Budi hendak mendengarkan lagu. Lagu tersebut terdiri dari 6 lagu dangdut, 10 pop, dan 5 rok. Berapa banyak cara Budi memilih lagu yang akan didengar?

Jawab: Aturan penjumlahan

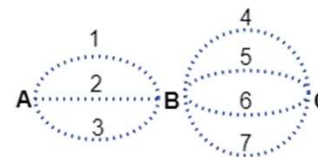
$$6 + 10 + 5 = 21 \text{ cara}$$

3) Hendra memiliki 5 kemeja, 6 celana dan 3 sepatu. Berapa banyak cara Hendra memasangkan pakaiannya?

Jawab: Aturan perkalian

$$5 \times 6 \times 3 = 90 \text{ cara}$$

4) Dari kota A ke kota C harus melewati kota B. Dari kota A ke kota B bisa melewati 3 jalur yang berbeda. Dari kota B ke kota C bisa melewati 4 jalur berbeda. Berapa banyak cara / jalur dari kota A ke C



Jawab: Aturan perkalian

$$3 \times 4 = 12 \text{ cara/ jalur}$$



Pencacahan (5)

□ Soal (2)

- 1) Sebuah pesawat terbang dari Singapura ke Jakarta bisa melewati 3 jalur, Jakarta ke Bali 4 jalur, Singapura ke Bali 2 jalur. Berapa banyak pilihan jalur dari Singapura ke Bali, baik itu langsung (direct) atau lewat Jakarta (transit)?



Pencacahan (6)

❑ Aturan Pengisian Tempat (*filling slots*)

- Misal ada n tempat tersedia dengan k_1 adalah banyaknya cara mengisi tempat pertama, k_2 cara mengisi tempat kedua, ..., dan k_n cara mengisi tempat ke- n . Maka banyaknya cara mengisi tempat adalah $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$ cara

Contoh: dari 8 anggota osis akan dipilih 4 orang sebagai tim pengurus untuk menduduki jabatan ketua, wakil ketua, sekretaris dan bendahara. Berapa banyak susunan tim yang mungkin bisa terbentuk?

Jawab:

Keterangan:

- K = Ketua
- WK = Wakil Ketua
- S = Sekretaris
- B = Bendahara

K	WK	S	B
8	7	6	5

Dengan aturan perkalian
 $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ susunan tim



Pencacahan (7)

Soal (3)

1) Berapakah banyaknya kata-kata yang bisa dibuat dari huruf-huruf: P, I, N, T, A, R, jika:

- a) Huruf pertama vokal
- b) Huruf pertama konsonan

Jawab:

a) Huruf pertama vokal

v

2	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$$

b) Huruf pertama konsonan

Jawab:

k

4	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 480$$

Keterangan:

1. V = Huruf vokal
2. K = Huruf konsonan



Pencacahan (8)

Soal (4)

2) Dari angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6, akan dibuat bilangan 3 digit. Berapa banyak bilangan yang bisa dibentuk jika:

- Angka-angkanya boleh berulang
- Angka-angkanya tidak boleh berulang
- Membentuk bilangan ganjil namun tidak boleh berulang
- Bilangan lebih dari 300 (digit berbeda)
- Bilangan kurang dari 600 (digit berbeda)

Jawab:

a) Angka-angkanya boleh berulang

R	P	S
6	6	6

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

b) Angka-angkanya tidak boleh berulang

R	P	S
6	5	4

$$6 \times 5 \times 4 = 120$$

c) Membentuk ganjil namun tidak boleh berulang

R	P	S
5	4	3

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$



Pencacahan (9)

Jawab:

d) Bilangan lebih dari 300 (digit berbeda)

R	P	S
4	5	4

$$4 \times 5 \times 4 = 80$$

e) bilangan kurang dari 600 (digit berbeda)?

Keterangan:

1. R = Ratusan
2. P = Puluhan
3. S = Satuan



Permutasi (1)

□ Faktorial

- Faktorial dari bilangan positif n dilambangkan dengan $n!$, adalah perkalian dari semua bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan n

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Contoh:

$$3! = 3.2.1 = 6$$

$$5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

$$6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$$

$$0! = 1$$

Tentukan nilai dari $\frac{10!}{8!}$

$$\text{Penyelesaian : } \frac{10.9.8!}{8!} = 10.9 = 90$$

Tentukan nilai dari $\frac{11!}{10!+9!}$

$$\text{Penyelesaian : } \frac{11.10.9!}{10.9!+9!} = \frac{11.10.9!}{(10+1)!} = \frac{11.10.9!}{11.9!} = 10$$



Permutasi (2)

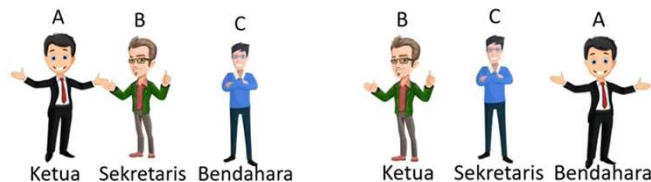
□ Permutasi

- Cara menyusun suatu percobaan atau kejadian dengan memperhatikan urutan
- Permutasi r unsur dari n unsur yang tersedia dapat dituliskan P_r^n atau ${}_n P_r$ atau $P(n, r)$ dengan $r \leq n$

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh: dalam suatu organisasi akan dipilih ketua, sekretaris dan bendahara dari 7 kandidat yang memenuhi kriteria. Berapa banyak susunan kepengurusan yang mungkin dari 7 kandidat tersebut?

Penyelesaian: misal calon : A, B, C, D, E, F, G



$$P_{(3)}^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

Jumlah calon/ kandidat

Jumlah jabatan: ketua, sekretaris, bendahara



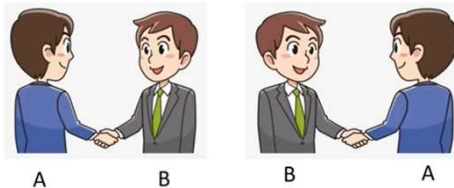
Kombinasi (1)

□ Kombinasi

- Cara menyusun suatu percobaan atau kejadian tanpa memperhatikan urutan
- Banyak kombinasi r unsur dari n unsur yang tersedia dapat dituliskan C_r^n atau ${}_n C_r$ atau $C(n, r)$ dengan $r \leq n$

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

Contoh: sebuah pertemuan dihadiri 10 orang, jika setiap orang saling berjabat tangan satu sama lain, maka berapa banyak jabat tangan yang terjadi?



$$C_{\textcircled{2}}^{\textcircled{10}} = \frac{10!}{(10-2)! 2!} = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 2!} = 5 \cdot 9 = 45$$

Berjabat tangan dilakukan oleh dua orang, tidak mungkin sekali berjabat tangan lebih dari dua orang

Banyaknya jabat tangan yang terjadi dari 10 orang tersebut adalah 45 jabat tangan



Kombinasi (2)

Soal (5)

- 1) Seorang siswa diminta mengerjakan 8 soal dari 10 soal, tetapi soal nomor 1 dan 5 wajib dikerjakan. Berapa banyak pilihan soal lainnya (selain soal 1 dan 5) yang bisa diambil siswa itu?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Jumlah soal yang harus dikerjakan

$$C_{6}^{8} = \frac{8!}{(8-6)! \cdot 6!} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2!} = 28$$

Sisa soal yang harus dipilih (2,3,4,6,7,8,9,10)



Peluang (1)

□ Definisi

- Angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu kejadian akan terjadi
- Nilai peluang akan berada pada rentang 0 – 1 (0% - 100%)

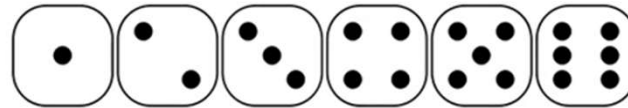
□ Istilah Dasar

- Percobaan, Ruang Sampel, Titik Sampel, dan Kejadian



Peluang (2)

□ **Soal (6)** : Tentukan peluang munculnya mata dadu prima ganjil pada pelemparan sebuah dadu



No	Istilah	Definisi	Keterangan
1	Percobaan	Suatu kegiatan yang dilakukan satu kali atau lebih dengan suatu hasil yang dapat disimpulkan	Pelemparan sebuah dadu
2	Ruang Sampel	Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
3	Titik Sampel	Anggota-anggota ruang sampel	1, 2, 3, 4, 5, dan 6
4	Kejadian	Himpunan bagian dari ruang sampel (yang ditanyakan pada soal)	{3, 5}



Peluang (3)

□ Frekuensi Relatif

- Frekuensi relatif suatu kejadian A adalah perbandingan antara seringnya muncul kejadian A dengan banyaknya percobaan yang dilakukan

$$FR(A) = \frac{n_A}{n}$$

$FR(A)$: Frekuensi relatif kejadian A

n_A : banyaknya kejadian A yang muncul

n : banyaknya percobaan

- Misal: $n = 10$

Mata dadu	1	2	3	4	5	6
Frekuensi	3	2	1	1	1	2
FR	3/10	2/10	1/10	1/10	1/10	2/10

Bila semua FR dijumlahkan, maka total FR dari semua kejadian itu adalah **1**



Peluang (4)

□ Peluang Suatu Kejadian

- Jika percobaan dilakukan berulang kali, frekuensi relatif mendekati suatu nilai tertentu, disebut dengan peluang suatu kejadian

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$P(A)$: Peluang kejadian A

$n(A)$: banyaknya anggota himpunan kejadian A

$n(S)$: banyaknya anggota ruang sampel

Mata dadu	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- Nilai peluang suatu kejadian $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A) = 0$; **kejadian mustahil**
- $P(A) = 1$; **kejadian pasti**

- **Soal (7)**: Peluang munculnya mata dadu prima ganjil pada sebuah pelemparan adalah : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



Peluang (5)

□ Frekuensi Harapan

- Frekuensi harapan suatu kejadian A adalah hasil kali antara peluang kejadian A dengan banyaknya percobaan

$$FH(A) = P(A) \cdot n$$

$FH(A)$: Frekuensi harapan kejadian A

$P(A)$: Peluang kejadian A

n : banyaknya percobaan

- **Soal (8)**: FH munculnya mata dadu prima ganjil jika dilakukan 60 kali pelemparan = $P(A) \cdot n = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ kali



Peluang (6)

□ Peluang Komplemen Suatu Kejadian

- Komplemen dari kejadian A adalah tidak terjadinya kejadian A , dilambangkan dengan A' atau A^c

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$P(A)$: Peluang kejadian A

$P(A')$: Peluang kejadian bukan A / tidak terjadinya A

- **Soal (9)**: Peluang munculnya mata dadu bukan prima ganjil?

$$n(A') = \{1, 2, 4, 6\}$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \text{ atau kita bisa gunakan rumus}$$

$$P(A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



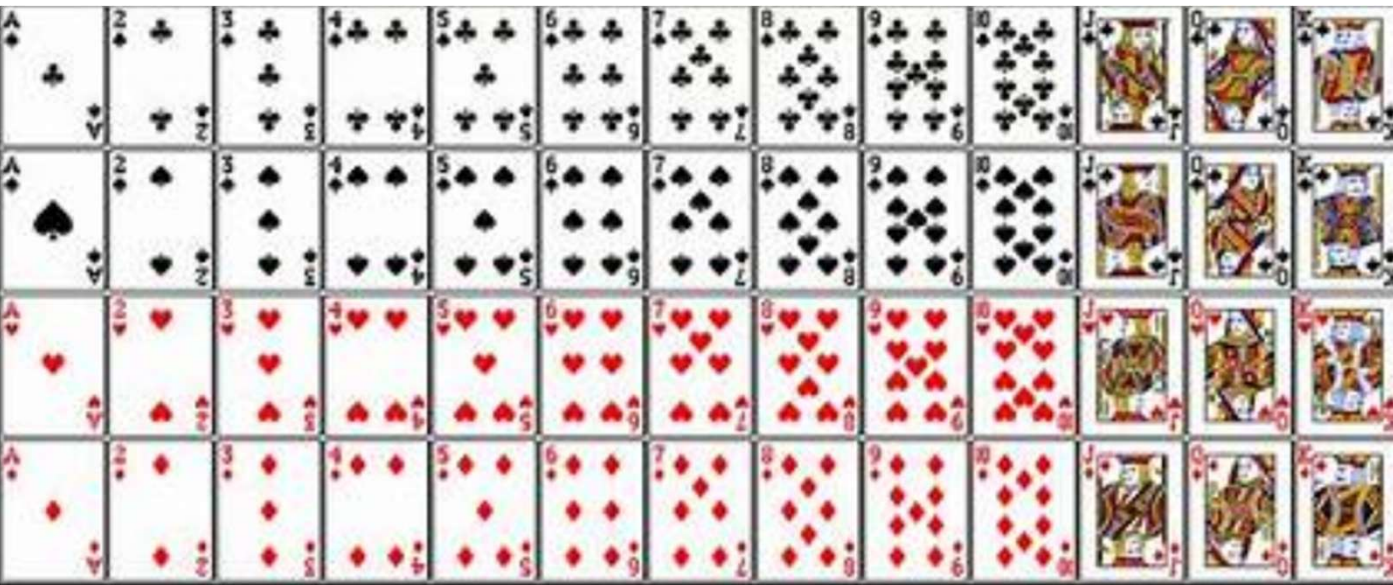
Peluang (7)

Soal (10) – peluang kejadian sederhana

- Sebuah kartu dicabut dari satu set kartu *bridge*. Tentukan peluang kartu yang terambil:
 - Karu AS
 - Kartu berwarna merah
 - Kartu hati
 - Kartu bergambar

$n = 52$ (asumsi tanpa kartu joker)

- Kartu As = $\frac{4}{52}$
- Kartu berwarna merah = $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$
- Kartu hati = $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
- Kartu bergambar = $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$





Peluang (8)

Soal (11) – peluang kejadian sederhana

- Dua buah dadu di lempar bersama-sama, Tentukan peluang munculnya:
 - Mata dadu pertama 4
 - Jumlah kedua mata dadu 5
 - Selisih kedua mata dadu 2
 - Jumlah kedua mata dadu kurang dari 10

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = 36$$

- $P(4, \text{ bebas}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- $P(\text{jumlah}=5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
- $P(\text{Selisih}=2) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
- $P(\text{jumlah} > 10) = 1 - P(\text{jumlah} \geq 10) = 1 - \frac{6}{36}$
 $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$



DIKTISAINTEK
BERDAMPAK



TERIMA KASIH