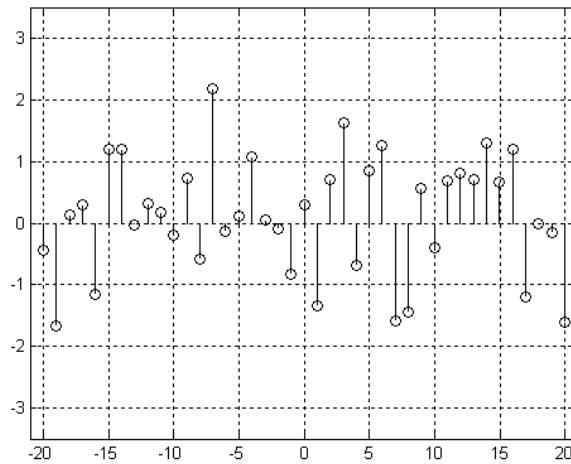


## BAB III SINYAL DAN SISTEM WAKTU DISKRIT

### A. Pengertian Sinyal Waktu Diskrit

Sinyal waktu diskrit merupakan fungsi dari variabel bebas – yaitu waktu – yang mana nilai variabel bebasnya adalah bilangan bulat. Secara mutlak, sinyal waktu diskrit  $x(n)$  tidak didefinisikan untuk  $n$  bukan bilangan bulat.



Gambar 3.1. Contoh sinyal waktu diskrit

Sinyal waktu diskrit dapat ditampilkan dengan beberapa alternatif tampilan :

1. Tampilan bentuk fungsi matematik, seperti :

$$x(n) = 1, \text{ untuk } n = 1, 2, 3 \\ = 0, \text{ untuk lainnya}$$

2. Tampilan dalam bentuk tabel, seperti :

n	0	1	2	3	4	5
x(n)	2	3	5	6	-2	7

3. Tampilan dalam bentuk barisan (*sequence*), seperti :

$$x(n) = \{ \dots, 0, 0, 1, 4, 1, 0, 0, \dots \};$$



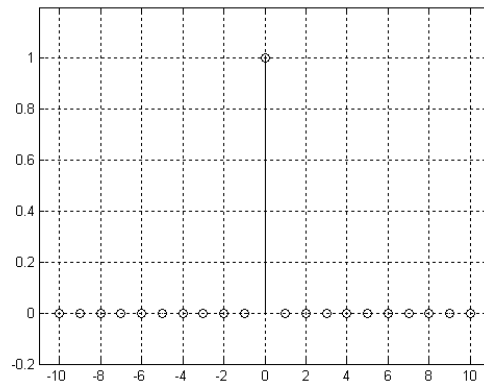
tanda panah berarti tanda untuk  $n = 0$

## B. Sinyal Waktu Diskrit Elementer

Dalam pembahasan tentang sinyal dan sistem waktu diskrit, terdapat beberapa sinyal yang sering muncul dan memainkan peranan penting. Sinyal-sinyal itu adalah:

1. Impuls satuan (*unit impulse*), didefinisikan sebagai

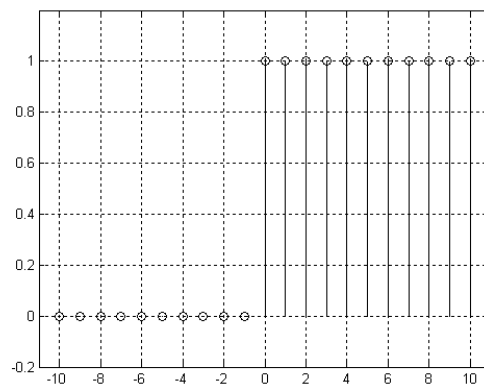
$$\begin{aligned}\delta(n) &= 1 \text{ untuk } n = 0 \\ &= 0 \text{ untuk } n \text{ yang lain}\end{aligned}$$



Gambar 3.2. Sinyal impuls satuan

2. Undak satuan (*unit step*), didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned}u(n) &= 1 \text{ untuk } n \geq 0 \\ &= 0 \text{ untuk } n < 0\end{aligned}$$

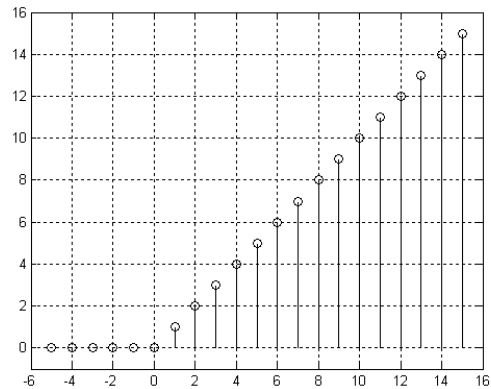


Gambar 3.3. Sinyal undak satuan

3. Ramp satuan (*unit ramp*), didefinisikan sebagai

$$u_r(n) = n \text{ untuk } n \geq 0$$

$$= 0 \text{ untuk } n < 0$$



Gambar 3.4. Sinyal ramp satuan

4. Sinyal eksponensial, yaitu sinyal yang berbentuk

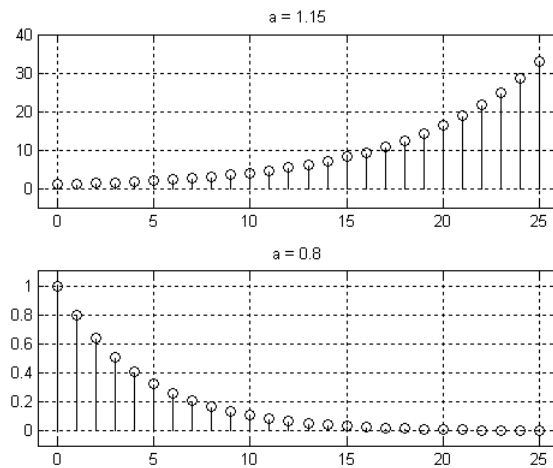
$$x(n) = a^n$$

untuk seluruh  $n$ , dengan  $a$  bilangan riil maupun kompleks.

Jika  $a$  bilangan riil, maka  $x(n)$  adalah sinyal riil. Jika  $a$  adalah bilangan kompleks, maka  $a$  dapat dinyatakan sebagai :

$$a \equiv r e^{j\theta},$$

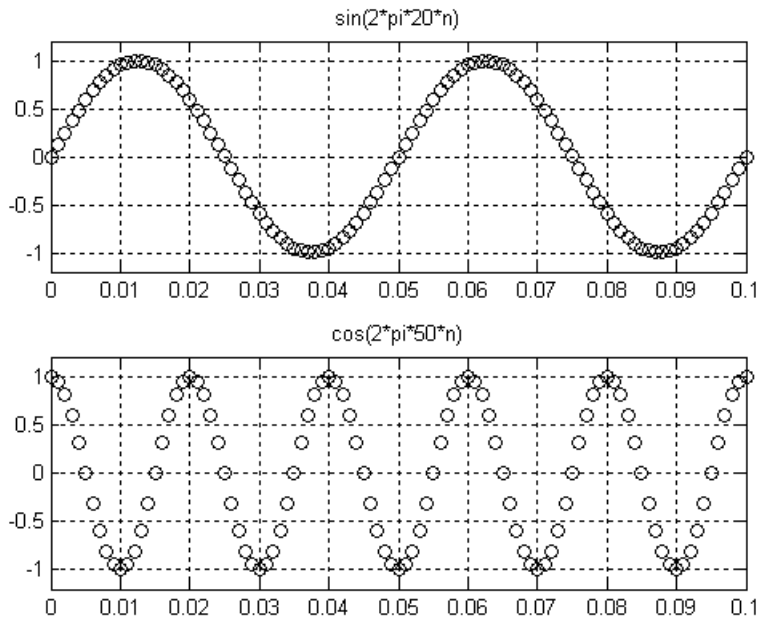
dengan  $r$  dan  $\theta$  adalah parameter.



Gambar 3.5. Contoh sinyal eksponensial

Sinyal sinus dan sinyal kosinus termasuk sinyal eksponensial, sebagaimana dinyatakan oleh rumus Euler :

$$\cos(n) = \frac{(e^{jn} + e^{-jn})}{2} \quad \sin(n) = \frac{(e^{jn} - e^{-jn})}{2j}$$



Gambar 3.6. Contoh sinyal sinus dan kosinus

### C. Periodisitas

Suatu sinyal waktu diskrit dikatakan sinyal periodik jika memenuhi kriteria:

$$x(n + N) = x(n) \quad (3.1)$$

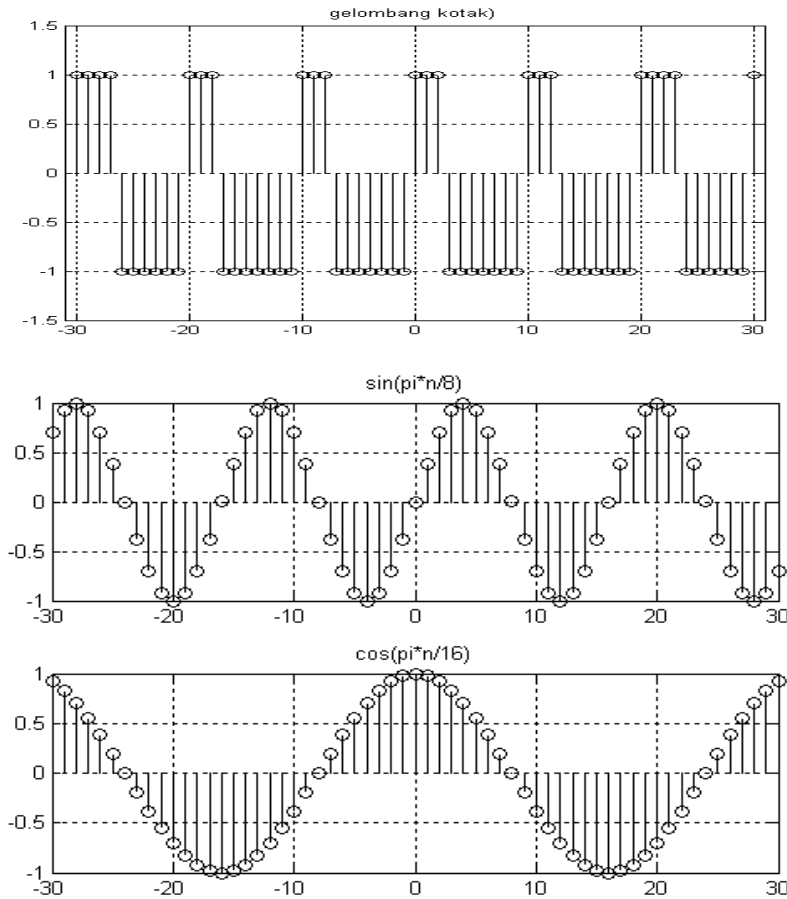
untuk seluruh  $n$ , dengan  $N = \text{periode}$ . Adapun sinyal sinus waktu diskrit yang dirumuskan sebagai:

$$x(n) = \sin(\Omega n) \text{ untuk seluruh } n$$

tidak selalu periodik, kecuali memenuhi:

$$\sin[\Omega (n + N)] = \sin(\Omega n)$$

untuk seluruh  $n$  dan  $N$  integer. Untuk membuat dua sinyal sinus menjadi sama, maka  $\Omega N$  harus sama dengan  $2\pi$  atau kelipatan dari  $2\pi$ , sehingga sinyal sinus adalah periodik jika  $2\pi/\Omega$  menghasilkan bilangan bulat.



Gambar 3.7. Contoh sinyal periodik

#### D. Operasi-operasi Dasar

Ada enam buah operasi-operasi dasar dalam sistem digital. Operasi-operasi sesungguhnya biasanya merupakan gabungan dua atau lebih operasi-operasi dasar. Berikut akan dibahas enam macam operasi dasar tersebut beserta contohnya.

##### 1. Penjumlahan sinyal

Yaitu proses penjumlahan dua buah sinyal atau lebih menjadi satu sinyal baru. Proses tersebut dapat dinyatakan dengan:

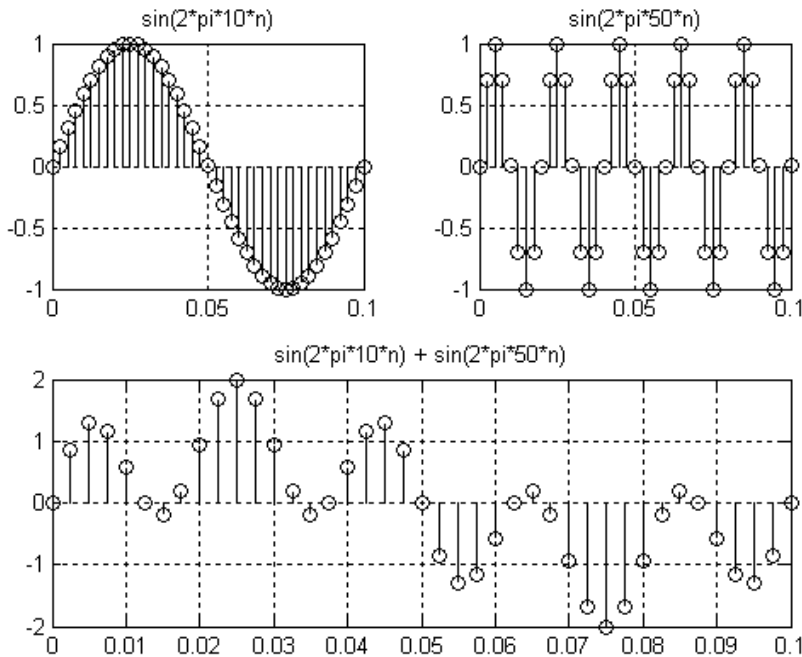
$$y(n) = x_1(n) + x_2(n) + \dots + x_n(n) \quad (3.2)$$

di mana  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  dan seterusnya adalah sinyal yang akan dijumlahkan, sedangkan  $y(n)$  adalah sinyal hasil penjumlahan.

Mengingat bahwa sinyal-sinyal tersebut berisi barisan bilangan, yang sebenarnya dijumlahkan adalah nilai-nilai pada waktu pencuplikan yang bersesuaian. Penjumlahan sinyal akan dapat dilakukan bila sinyal-sinyal tersebut mempunyai panjang sinyal yang sama.

Contoh :

$$y(n) = x_1(n) + x_2(n) = \sin(2\pi 10n) + \sin(2\pi 50n)$$



Gambar 3.8. Contoh penjumlahan sinyal

## 2. Perkalian sinyal

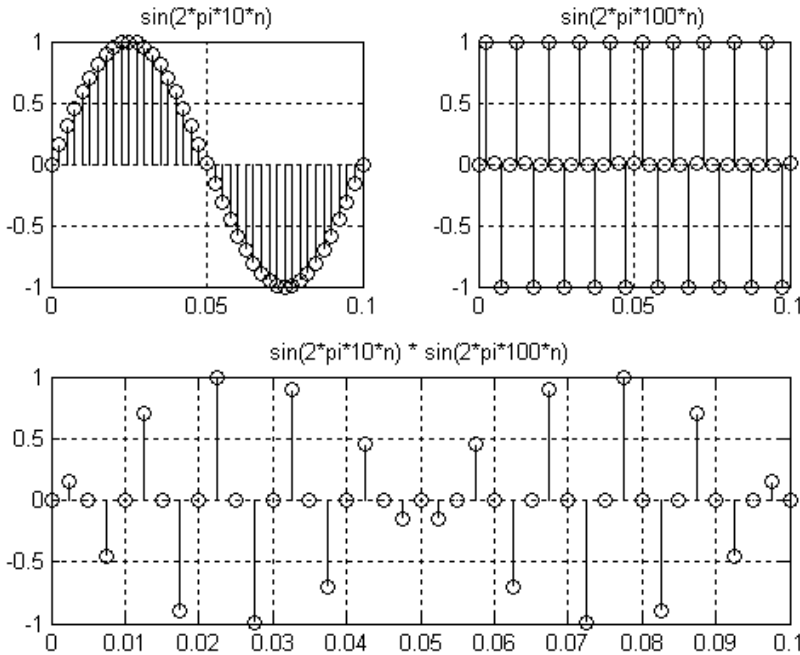
Yaitu proses perkalian dua buah sinyal atau lebih menjadi satu sinyal baru. Proses tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$y(n) = x_1(n) x_2(n) \dots x_n(n) \quad (3.3)$$

di mana  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  dan seterusnya adalah sinyal yang akan dikalikan, sedangkan  $y(n)$  adalah sinyal hasil perkalian. Mengingat bahwa sinyal-sinyal tersebut berisi barisan bilangan, yang sebenarnya dikalikan adalah nilai-nilai pada waktu pencuplikan yang bersesuaian. Perkalian sinyal akan dapat dilakukan bila sinyal-sinyal tersebut mempunyai panjang sinyal yang sama.

Contoh :

$$y(n) = x_1(n) \cdot x_2(n) = \sin(2\pi 10n) \cdot \sin(2\pi 100n)$$



Gambar 3.9. Contoh perkalian sinyal

Perkalian sinyal ini sama dengan proses pemodulasian secara amplitudo, atau dikenal dengan *Amplitudo Modulation (AM)*. Sinyal frekuensi tinggi sebagai sinyal pembawa, sedang sinyal frekuensi rendah menjadi sinyal yang dibawa.

### 3. Penjumlahan dengan konstanta

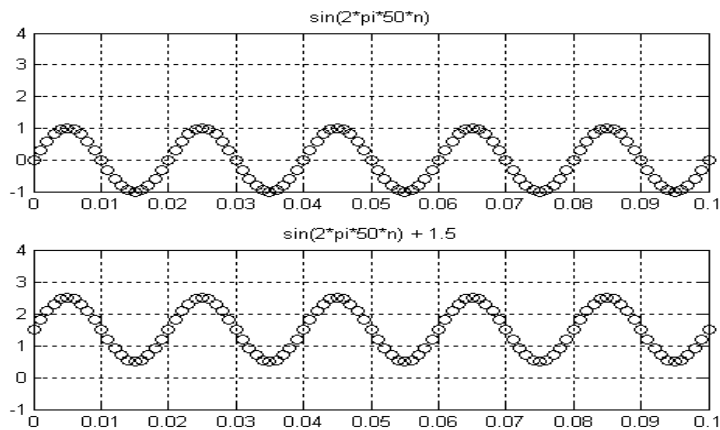
Yaitu penjumlahan suatu sinyal dengan suatu konstanta dan menghasilkan suatu sinyal baru, atau dapat ditulis sebagai:

$$y(n) = x(n) + a \quad (3.4)$$

di mana  $x(n)$  adalah sinyal yang akan dijumlahkan,  $a$  adalah konstanta, dan  $y(n)$  adalah sinyal hasil penjumlahan. Mengingat sinyal adalah barisan bilangan, maka masing-masing nilai sinyal ditambah dengan nilai konstanta.

Contoh:

$$y(n) = x(n) + a = \sin(2\pi 50n) + 1,5$$



Gambar 3.10. Contoh penjumlahan sinyal dengan konstanta

#### 4. Perkalian dengan konstanta

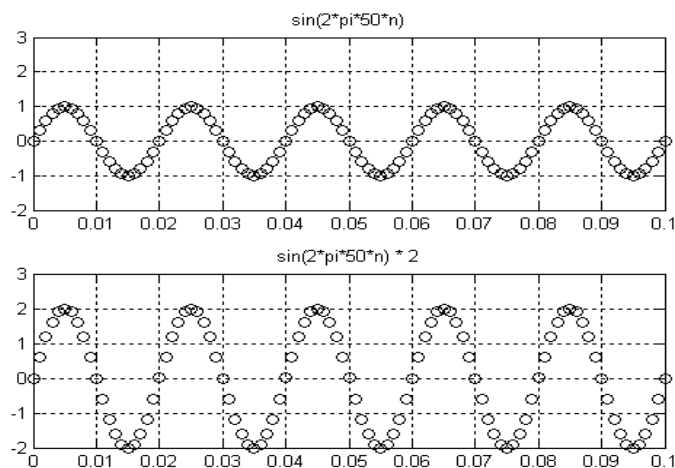
Yaitu perkalian suatu sinyal dengan suatu konstanta dan menghasilkan suatu sinyal baru, atau dapat ditulis sebagai:

$$y(n) = a \cdot x(n) \quad (3.5)$$

di mana  $x(n)$  adalah sinyal yang akan dikalikan,  $a$  adalah konstanta, dan  $y(n)$  adalah sinyal hasil perkalian. Mengingat sinyal adalah barisan bilangan, maka masing-masing nilai sinyal dikalikan dengan nilai konstanta.

Contoh:

$$y(n) = a \cdot x(n) = 2 \sin(2\pi 50n)$$



Gambar 3.11. Contoh perkalian sinyal dengan konstanta

### 5. Penggeseran waktu

Yaitu penggeseran suatu sinyal sebesar suatu konstanta dan menghasilkan suatu sinyal baru, atau dapat ditulis sebagai:

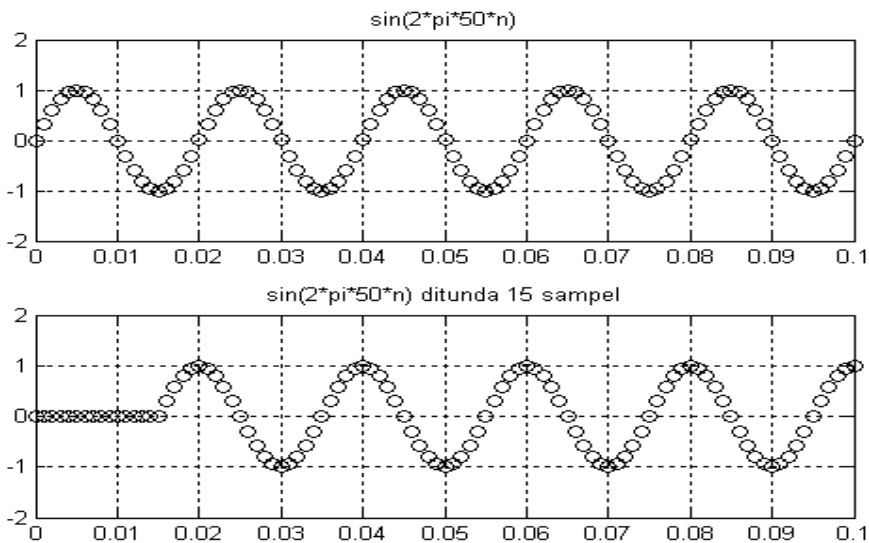
$$y(n) = x(n - k) \quad (3.6)$$

di mana  $x(n)$  adalah sinyal yang akan digeser waktunya,  $k$  adalah konstanta penggeseran, dan  $y(n)$  adalah sinyal hasil penggeseran.

Contoh:

$$x(n) = \sin(2\pi 50n)$$

$$y(n) = x(n - 15) = \sin(2\pi 50(n - 15))$$



Gambar 3.12. Contoh penggeseran sinyal

### 6. Pembalikan waktu

Yaitu pembalikan waktu suatu sinyal dan menghasilkan suatu sinyal baru, atau dapat ditulis sebagai:

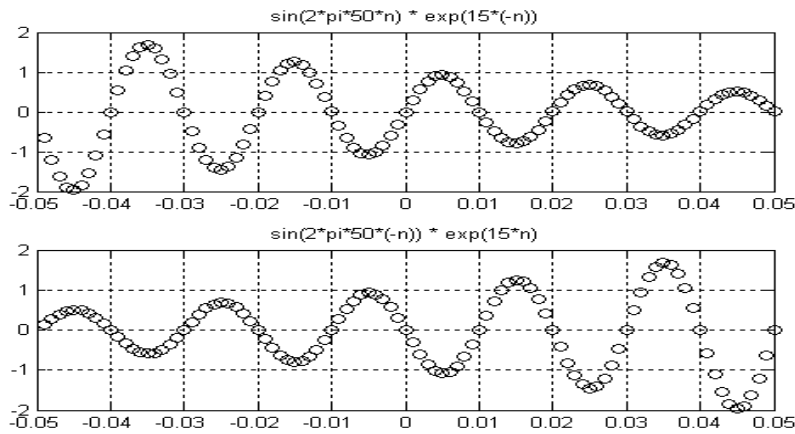
$$y(n) = x(-n) \quad (3.7)$$

di mana  $x(n)$  adalah sinyal yang akan dibalik waktunya, dan  $y(n)$  adalah sinyal hasil pembalikan waktu.

Contoh:

$$x(n) = \sin(2\pi 50(n)) \cdot \exp(15(-n))$$

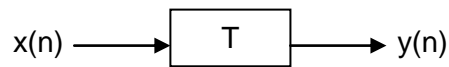
$$y(n) = x(-n) = \sin(2\pi 50(-n)) \cdot \exp(15(n))$$



Gambar 3.13. Contoh pembalikan waktu sinyal

### E. Sistem Waktu Diskrit

Suatu sistem dapat dinyatakan dengan hubungan input-output:  $y(n) = T[x(n)]$  dimana  $x(n)$  adalah input,  $y(n)$  adalah output, dan  $T[\dots]$  adalah fungsi transformasi matematis yang menggambarkan kerja atau operasi dari sistem. Pernyataan tersebut dapat ditampilkan secara grafis:



Gambar 3.14. Diagram blok sistem

Dalam pembahasan tentang sistem, perlu diketahui beberapa sifat sistem seperti linieritas, variasi terhadap waktu, kausalitas dan kestabilan.

#### 1. Linieritas (*Linearity*)

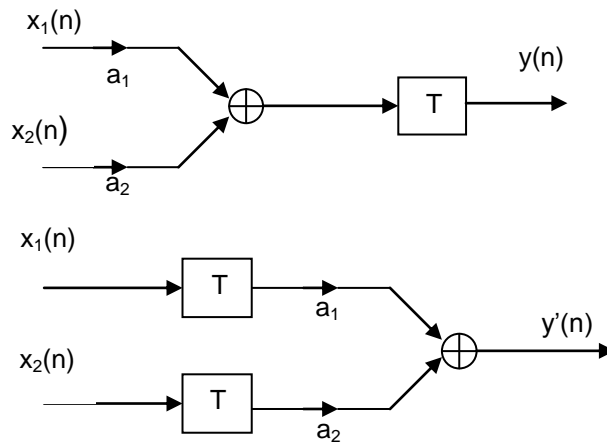
Suatu sistem dikatakan linier jika memenuhi prinsip superposisi, yang dapat dinyatakan dengan dua kondisi berikut:

- a.  $T [x_1(n) + x_2(n)] = T [x_1(n)] + T [x_2(n)]$ , untuk seluruh  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  dan  $n$ .
- b.  $T [ax(n)] = aT [x(n)]$ , untuk seluruh  $x(n)$ ,  $a$  dan  $n$

Kedua persamaan dapat dinyatakan bersama sebagai:

$$T [a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] = a_1 T [x_1(n)] + a_2 T [x_2(n)]$$

dengan  $a_1$  dan  $a_2$  adalah konstanta. Persamaan di atas dapat dinyatakan dengan gambar berikut:



Gambar 3.15. Prinsip superposisi

Sistem  $T$  dalam gambar di atas disebut linier, jika  $y(n) = y'(n)$ . Sistem yang tidak memenuhi kondisi di atas, disebut sistem tak linier.

### Contoh 3.1:

Tentukan apakah sistem-sistem berikut adalah sistem linier.

- $y(n) = n x(n)$
- $y(n) = x^2(n)$

Jawab:

a). Untuk input  $x_1(n)$  dan  $x_2(n)$ , output yang sesuai adalah:

$$y_1(n) = n x_1(n) \text{ dan } y_2(n) = n x_2(n)$$

Kombinasi linier dari kedua input akan menghasilkan output:

$$\begin{aligned} y(n) &= T [a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] = n[a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] \\ &= a_1 n x_1(n) + a_2 n x_2(n) \end{aligned}$$

Sebaliknya, kombinasi linier dari kedua output sistem akan menghasilkan:

$$y'(n) = a_1 y_1(n) + a_2 y_2(n) = a_1 n x_1(n) + a_2 n x_2(n)$$

Karena  $y(n) = y'(n)$  maka sistem tersebut adalah linier.

b). Untuk input  $x_1(n)$  dan  $x_2(n)$ , output yang sesuai adalah:

$$y_1(n) = x_1^2(n) \text{ dan } y_2(n) = x_2^2(n)$$

Kombinasi linier dari kedua input akan menghasilkan output:

$$\begin{aligned} y(n) &= T [a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] \\ &= a_1^2 x_1^2(n) + 2 a_1 x_1(n) a_2 x_2(n) + a_2^2 x_2^2(n) \end{aligned}$$

Sebaliknya, kombinasi linier dari kedua output sistem akan menghasilkan:

$$y'(n) = a_1 y_1(n) + a_2 y_2(n) = a_1 x_1^2(n) + a_2 x_2^2(n)$$

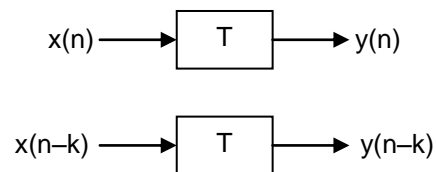
Karena  $y(n) \neq y'(n)$  maka sistem tersebut adalah tidak linier.

## 2. Variasi terhadap waktu

Suatu sistem dikatakan invarian waktu (*time invariant*) jika penundaan sinyal input menghasilkan sinyal output tertunda dengan nilai yang sama, tanpa perubahan. Secara matematis hal tersebut dinyatakan dengan:

$$\text{jika } y(n) = T[x(n)],$$

$$\text{maka } y(n - k) = T[x(n - k)], \text{ untuk seluruh } x(n) \text{ dan seluruh } k$$



Gambar 3.16. Sistem invarian waktu

Sistem yang tidak memenuhi kondisi di atas disebut sistem varian waktu (*time varying*). Pada pembahasan-pembahasan dalam buku ini selanjutnya, hanya akan dibahas sistem yang linier dan invarian waktu, atau dikenal dengan sistem LTI (*Linear Time Invariant*), dengan alasan kedua sistem tersebut lebih sederhana, sehingga lebih mudah untuk dipelajari.

### Contoh 3.2:

Apakah sistem-sistem berikut invarian waktu?

a).  $y(n) = x(n) - x(n - 1)$

b).  $y(n) = n x(n)$

Jawab:

a). Jika input ditunda sebesar  $k$  satuan waktu dan dipakai sebagai input sistem, maka:

$$T[x(n - k)] = x(n - k) - x(n - k - 1)$$

Sebaliknya jika output sistem ditunda sebesar  $k$  satuan waktu, maka:

$$y(n - k) = x(n - k) - x(n - 1 - k)$$

Karena  $y(n - k) = T[x(n - k)]$ , maka sistem di atas termasuk sistem invarian waktu.

b). Jika input ditunda sebesar  $k$  satuan waktu dan dipakai sebagai input sistem, maka:

$$T[x(n - k)] = n x(n - k)$$

Sebaliknya jika output sistem ditunda sebesar  $k$  satuan waktu, maka:

$$y(n - k) = (n - k) x(n - k)$$

Karena  $y(n - k) \neq T[x(n - k)]$ , maka sistem di atas termasuk sistem varian waktu (*time varying*)

### 3. Kausalitas (*Causality*)

Suatu sistem disebut kausal, jika untuk suatu waktu, output sistem hanya tergantung pada input saat itu dan sebelumnya, atau dapat juga output sistem sebelumnya. Sistem kausal tidak tergantung pada input yang akan datang atau output yang akan datang. Pengetahuan tentang kausalitas ini penting, karena untuk implementasi sistem yang *real time*, sistem tersebut harus kausal.

#### Contoh 3.3:

Tentukan sistem-sistem berikut termasuk kausal atau non kausal:

a).  $y(n) = x(n) + x(n - 2)$

b).  $y(n) = x(n) - 2x(n + 3)$

c).  $y(n) = x(-n)$

Jawab:

- a) adalah sistem kausal, karena output sistem tergantung kepada input sekarang dan sebelumnya
- b) adalah sistem non kausal, karena output sistem tergantung kepada input yang akan datang, yaitu suku  $2\mathbf{x(n + 3)}$
- c) adalah sistem non kausal, misalkan untuk  $n = -1$ , akan menghasilkan  $y(-1) = x(1)$

#### 4. Stabilitas

Suatu sistem dikatakan stabil, jika untuk setiap nilai sinyal input yang terbatas, nilai sinyal output juga terbatas. Definisi stabil ini berdasarkan kriteria stabilitas **BIBO** (*bounded input bounded output*).

Pengetahuan tentang kestabilan ini penting, karena sistem yang akan diimplementasikan harus stabil. Sistem yang tidak stabil akan menghasilkan hal-hal yang tidak dikehendaki atau bahkan dapat merusak sistem itu sendiri atau sistem lain yang terkait.

##### Contoh 3.4:

Perhatikan sistem berikut, apakah sistem tersebut stabil?

- a).  $y(n) = 2 y(n - 1) + x(n)$
- b).  $y(n) = x(n) - 0,5 y(n - 1)$

Jawab:

- a). Untuk menguji kestabilan sistem dipilih input terbatas,  $x(n) = \delta(n)$ . Jika diasumsikan bahwa  $y(-1) = 0$ , maka didapatkan:

$$y(0) = 2 y(-1) + 1 = 1$$

$$y(1) = 2 y(0) + 0 = 2$$

$$y(2) = 2 y(1) + 0 = 4$$

$$y(3) = 2 y(2) + 0 = 8$$

$$y(4) = 2 y(3) + 0 = 16$$

dan seterusnya nilai output akan terus membesar

Karena sistem menghasilkan nilai output tak terbatas untuk nilai input terbatas, maka sistem di atas adalah sistem yang tidak stabil BIBO.

- b). Untuk menguji kestabilan sistem dipilih input terbatas,  $x(n) = \delta(n)$ . Jika diasumsikan bahwa  $y(-1) = 0$ , maka didapatkan:

$$y(0) = 1 - 0,5 y(-1) = 1$$

$$y(1) = 0 - 0,5 y(0) = -0,5$$

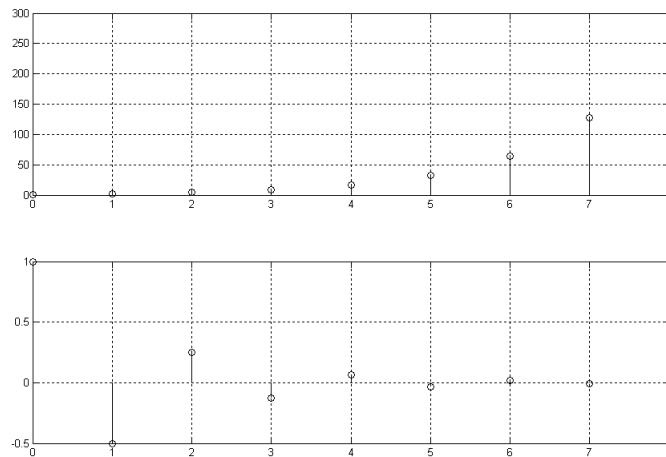
$$y(2) = 0 - 0,5 y(1) = 0,25$$

$$y(3) = 0 - 0,5 y(2) = -0,125$$

$$y(4) = 0 - 0,5 y(3) = 0,0625$$

dan seterusnya nilai output akan terus mengecil

Karena sistem menghasilkan nilai output terbatas untuk nilai input terbatas, maka sistem di atas adalah sistem yang stabil BIBO.



Gambar 3.17. Ilustrasi Contoh 3.4.a (atas) dan 3.4.b. (bawah)

### F. Representasi Sistem

Suatu sistem diskrit linier dengan koefisien konstan disebut suatu sistem linier invarian waktu. Beberapa sistem fisik dapat dinyatakan secara tepat atau didekati dengan sistem linier invarian waktu. Sistem ini dapat dinyatakan dengan persamaan beda (*difference equation*) koefisien tetap, yang mempunyai bentuk umum:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (3.8)$$

atau ekivalennya:

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) ; a_0 = 1 \quad (3.9)$$

dengan  $N$  (bilangan bulat) adalah orde persamaan beda atau orde sistem,  $a_k$  dan  $b_k$  adalah konstanta yang merupakan koefisien persamaan beda yang tidak tergantung kepada  $x(n)$  dan  $y(n)$

Persamaan beda tipe tertentu dapat diselesaikan dengan mudah melalui penggunaan komputer digital, bila seluruh koefisien dan parameter diketahui. Akan tetapi, secara umum persamaan beda dapat diselesaikan dengan menggunakan transformasi-Z.

### G. Interaksi Sinyal dan Sistem

Suatu sinyal  $x(n)$  yang berubah-ubah terhadap waktu, dapat dinyatakan sebagai sejumlah impuls satuan  $\delta(n)$  yang digeser atau dapat ditulis:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (3.10)$$

Oleh karena itu, apabila sinyal  $x(n)$  tersebut menjadi input bagi suatu sistem, maka dapat ditulis sebagai:

$$y(n) = T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \quad (3.11)$$

Persamaan di atas tidak banyak manfaatnya untuk menentukan sinyal output  $y(n)$ , kecuali jika transformasi  $T[\dots]$  adalah transformasi sederhana tanpa memori.

Jika sistem tersebut adalah sistem linier, respon sistem untuk sejumlah sinyal input adalah sama dengan jumlah dari respon terhadap sinyal individual, sehingga dapat ditulis sebagai:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} T[x(k)\delta(n-k)] \quad (3.12)$$

dan dengan menggunakan sifat linieritas kedua, maka kita dapatkan:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)] \quad (3.13)$$

Akan tetapi persamaan di atas masih belum cukup bermanfaat untuk menyelesaikan permasalahan interaksi sinyal-sistem, karena hal ini masih membutuhkan pengetahuan tentang respon sistem

terhadap seluruh impuls yang digeser atau  $T[\delta(n)]$ ,  $T[\delta(n - 1)]$ , dan seterusnya.

Bila didefinisikan  $h(n, k) = T[\delta(n - k)]$ , maka:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n, k) \quad (3.14)$$

Karena  $h(n) = h(n, 0) = T[\delta(n)]$ , maka untuk sistem linier yang sekaligus invarian waktu, respon sistem terhadap input  $\delta(n - k)$  adalah suatu pergeseran dari respon sistem terhadap input  $\delta(n)$ , sehingga:

$$h(n, k) = T[\delta(n - k)] = h(n - k) \quad (3.15)$$

Oleh karena itu, untuk sistem linier dan invarian waktu, kita mendapatkan:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n - k) \quad (3.16)$$

yang disebut sebagai **jumlah konvolusi** (*convolution sum*) dari  $x(n)$  dan  $h(n)$ , yang sering ditulis sebagai:

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (3.17)$$

dimana  $x(n)$  adalah sinyal input dan  $h(n)$  respon sistem terhadap input impuls satuan.

Proses penghitungan jumlah konvolusi antara  $x(n)$  dan  $h(n)$  meliputi lima langkah berikut:

1. Ganti variabel  $n$  dengan variabel bantu  $k$
2. Balik  $h(k)$  terhadap waktu, untuk mendapatkan  $h(-k)$
3. Geser  $h(-k)$  dengan  $n_0$  ke kanan jika  $n_0$  positif, untuk mendapatkan  $h(n_0 - k)$
4. Kalikan  $x(k)$  dengan  $h(n_0 - k)$  untuk mendapatkan barisan hasil perkalian
5. Jumlahkan seluruh nilai barisan hasil perkalian untuk mendapatkan output pada waktu  $n = n_0$ .

Contoh 3.5:

Respon impuls dari suatu sistem linier invarian waktu adalah:

$$h(n) = \{1, 2, 4\}$$

↑

Tentukan respon sistem terhadap sinyal input  $x(n) = \{1, 2, 3\}$

↑

Jawab:

$$x(k) = \{1, 2, 3\}$$

$$h(-k) = \{4, 2, 1\}$$

$$y(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(0-k)] = 0 + (1 \times 2) + (2 \times 1) + 0 = 4$$

$$y(1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(1-k)] = (1 \times 4) + (2 \times 2) + (3 \times 1) = 11$$

$$y(2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(2-k)] = 0 + (2 \times 4) + (3 \times 2) + 0 = 14$$

$$y(3) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(3-k)] = 0 + 0 + (3 \times 4) + 0 = 12$$

$$y(4) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(4-k)] = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$y(-1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(-1-k)] = 0 + (1 \times 1) + 0 + 0 = 1$$

$$y(-2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x(k) h(-2-k)] = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Sehingga didapatkan  $y(n) = \{1, 4, 11, 14, 12\}$

Keterangan: tanda anak panah pada suatu sinyal menunjukkan tanda indeks waktu  $n = 0$ . Bila pada suatu sinyal tidak ada tanda anak panah, maka data paling kiri pada sinyal tersebut dianggap mempunyai indeks waktu  $n = 0$ .

Jumlah konvolusi atau lebih dikenal dengan konvolusi (tanpa “jumlah”), sangat bermanfaat dalam menganalisis suatu sistem LTI (*Linear Time Invariant*). Kita dapat menentukan respon suatu sistem LTI terhadap sinyal input tertentu, hanya dengan melakukan jumlah konvolusi antara input dengan watak sistem  $h(n)$ , tanpa harus mengamati secara langsung tanggapan sistem untuk sinyal input tertentu tersebut. Jadi dalam hal ini watak sistem dinyatakan dalam bentuk respon sistem terhadap sinyal elementer impuls satuan  $\delta(n)$ .

Berikut ini contoh-contoh soal yang dikerjakan dengan Matlab.

Contoh 3.6:

Buatlah sinyal-sinyal berikut dengan Matlab :

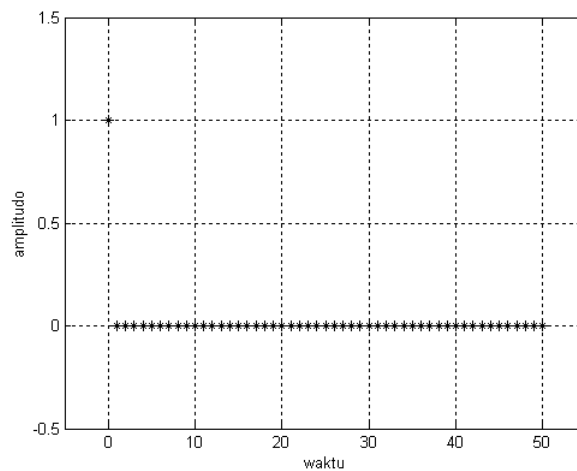
- Impuls satuan (*unit impulse*)
- Undak satuan (*unit step*)
- Ramp satuan (*unit ramp*)
- Eksponensial :  $(-0.95)^n$
- Undak satuan tertunda 20 sampel

Panjang masing-masing sinyal adalah 51 sampel, dengan periode cuplik 1 detik.

Jawab:

Berikut ini adalah program dalam Matlab, juga gambar hasil *running* program. Program-program berikut dibuat dengan Matlab 6, tetapi juga masih bisa dijalankan pada Matlab 5.3.

```
% Menampilkan sinyal Unit Impuls
n = 0:50;
impuls = [1, zeros(1,50)];
plot(n,impuls,'k*'), grid;
xlabel('waktu'), ylabel('amplitudo');
axis([-5 55 -0.5 1.5]);
```

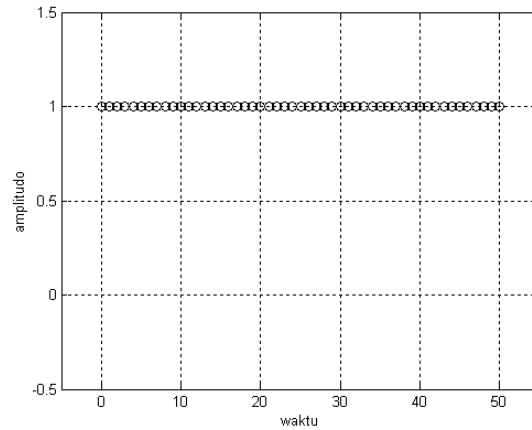


Gambar 3.18. Sinyal impuls satuan

```

% Menampilkan sinyal undak satuan (Unit Step)
n = 0:50;
undak = ones(1,51);
plot(n,undak,'ko'), grid;
xlabel('waktu'), ylabel('amplitudo');
axis([-5 55 -0.5 1.5]);

```

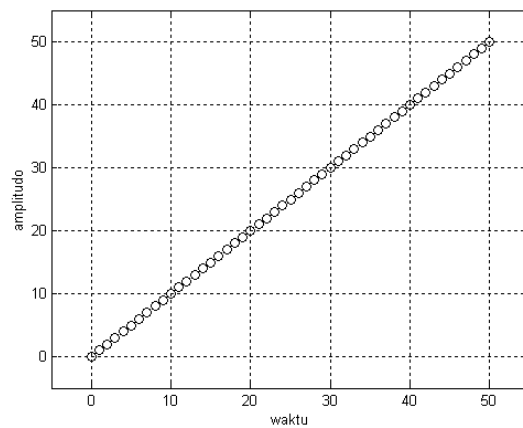


Gambar 3.19. Sinyal undak satuan

```

% Menampilkan sinyal Unit Ramp
n = 0:50;
r = n;
plot(n,r,'ko'), grid;
xlabel('waktu'), ylabel('amplitudo');
axis([-5 55 -5 55]);

```

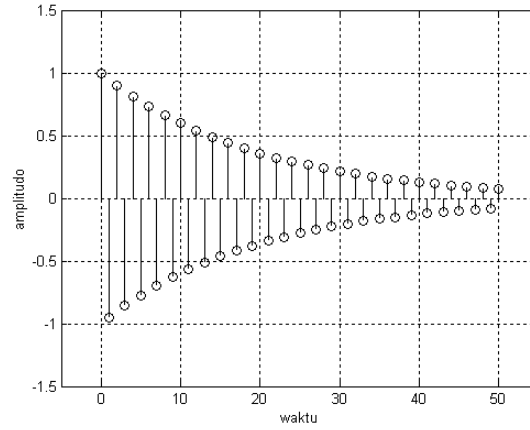


Gambar 3.20. Sinyal ramp satuan

```

% Menampilkan Sinyal Eksponensial
n = 0:50;
eks1 = (-0.95).^n;
stem(n,eks1,'k'), grid;
xlabel('waktu'), ylabel('amplitudo');
axis([-5 55 -1.5 1.5]);

```

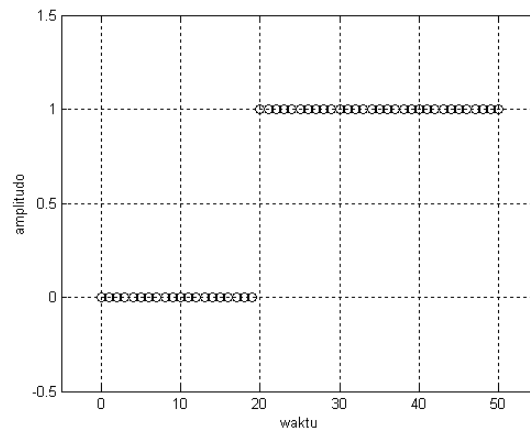


Gambar 3.21. Sinyal eksponensial

```

% Menampilkan sinyal Unit Step Tertunda
n = 0:50;
tunda = 20;
k = length(n) - tunda;
z = zeros(1,tunda);
x = [z, ones(1,k)];
plot(n,x,'ko'), grid;
xlabel('waktu'), ylabel('amplitudo');
axis([-5 55 -0.5 1.5]);

```



Gambar 3.22. Sinyal undak satuan tertunda

Contoh 3.7:

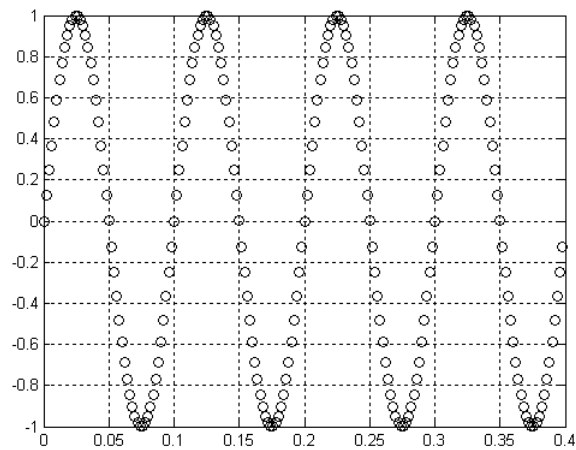
Buat dan tampilkan sinyal-sinyal berikut dengan Matlab:

- sinus 10 Hz
- sinus 10 Hz ditambah sinus 50 Hz
- sinus 10 Hz dikalikan sinus 100 Hz
- sinyal 5 Hz ditambah dengan derau acak terdistribusi normal
- gelombang kotak frekuensi 100 Hz dikalikan dengan cosinus frekuensi 3 Hz

Panjang masing-masing sinyal adalah 200 sampel, dengan frekuensi sampling 500 Hz;

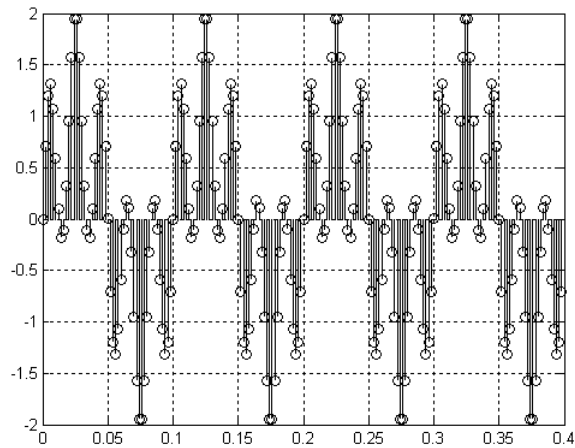
Jawab:

```
% sinyal sinus 10 Hz
n = 0:199;
T = 0.002;
x = sin(2*pi*10*n*T);
plot(n*T,x,'ok'),grid;
```



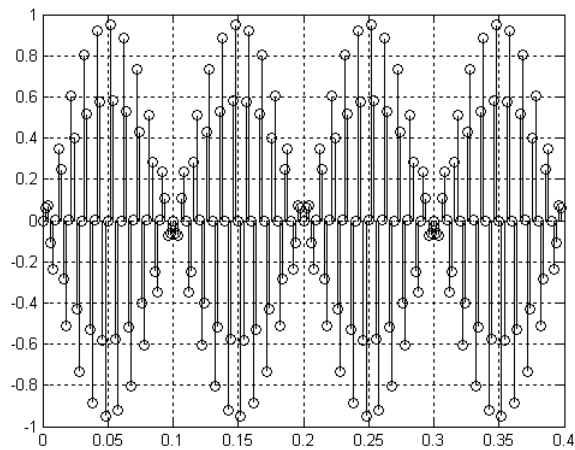
Gambar 3.23. Sinyal sinus 10 Hz

```
% sinyal sinus 10 Hz + 100 Hz
n = 0:199;
T = 0.002;
y = sin(2*pi*10*n*T);
z = sin(2*pi*50*n*T);
x = y + z;
stem(n*T,x,'k'),grid;
```



Gambar 3.24. Sinyal sinus 10 Hz ditambah sinus 100 Hz

```
% sinyal sinus 5 Hz * 100 Hz
n = 0:199;
T = 0.002;
y = sin(2*pi*5*n*T);
z = sin(2*pi*100*n*T);
x = y .* z;
plot(n*T,x,'k'),grid;
```

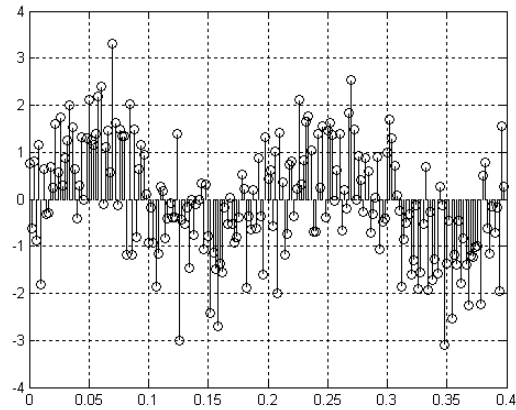


Gambar 3.25. Sinyal sinus 5 Hz dikalikan sinus 100 Hz

```

% sinyal sinus 5 Hz + random
n = 0:199;
T = 0.002;
y = sin(2*pi*5*n*T) + randn(size(n));
stem(n*T,x,'k'),grid;

```

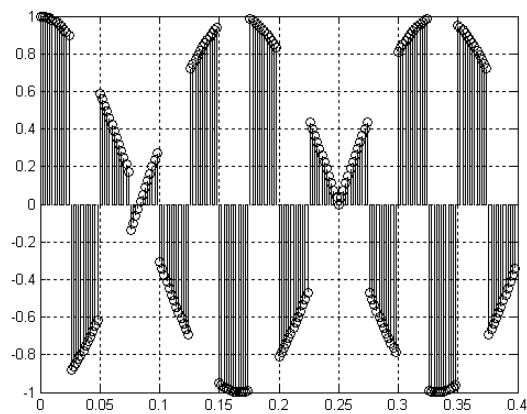


Gambar 3.26. Sinyal sinus 10 Hz ditambah sinyal random

```

% sinyal kosinus 3 Hz * kotak 20 Hz
n = 0:199;
T = 0.002;
y = cos(2*pi*3*n*T);
z = square(2*pi*20*n*T);
x = y .* z;
stem(n*T,x,'k'),grid;

```



Gambar 3.27. Sinyal kosinus 3 Hz dikalikan sinyal kotak 20 Hz

### Contoh 3.8:

Buat program dalam Matlab:

- a. Untuk menyimpan sinyal berikut dalam file text:

$$x(n) = \sin(2\pi 10nT) + \sin(2\pi 40nT)$$

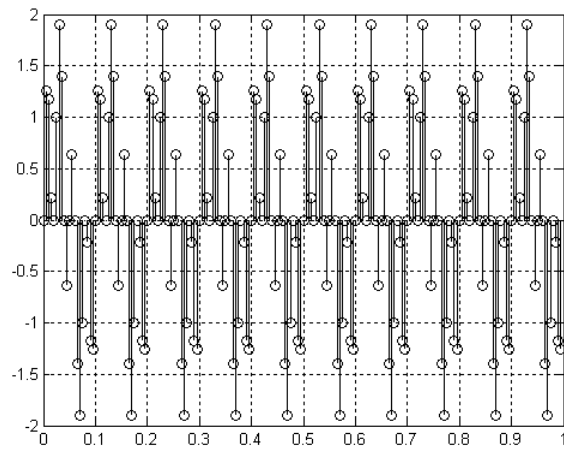
Gunakan frekuensi sampling 200 Hz, panjang data 200 sampel, tipe data float. Beri nama file sinyal tersebut: sinyal1.txt

- b. Untuk membaca file sinyal1.txt di atas, dan menampilkannya

Jawab:

```
% menulis file sinyal
n = 0:199; T = 0.005;
x = sin(2*pi*10*n*T) + sin(2*pi*40*n*T);
fid = fopen('sinyal1.txt','w');
fprintf(fid,'%8.4f\n',x);
fclose(fid);

% membaca file sinyal
fid = fopen('sinyal1.txt');
y = fscanf(fid,'%f\n');
fclose(fid);
N = length(y);
n = 0:N-1; T = 0.005;
stem(n*T,y,'k'), grid
```



Gambar 3.28. Sinyal  $\sin(2\pi 10nT) + \sin(2\pi 40nT)$

## H. Soal-soal

1. Apakah sistem berikut ini stabil?
  - a.  $y(n) = x(n) - 0,5 y(n - 1)$ , dengan  $y(-1) = 0$
  - b.  $y(n) = 2x(n) + x(n - 1)$
2. Tentukan apakah sistem berikut ini linier:
  - a.  $y(n) = x^{0,5}(n)$
  - b.  $y(n) = 3x(n) + 2x(n - 1)$
3. Hitunglah hasil konvolusi kedua sinyal berikut:
  - a.  $x(n) = \{1, 4, 2\}$  dan  $h(n) = \{1, 3, 5\}$
  - b.  $x(n) = \{1, 2, 3\}$  dan  $h(n) = \{1, -0.5, 0.25\}$