

STATISTIKA

Regresi & Korelasi



Disampaikan Kembali oleh :

Lia Rosmalia, S.T., M.Kom

Oleh : **Tri Afirianto, S.T., M.T.**
tri.afirianto@ub.ac.id
Universitas Brawijaya

Regresi vs Korelasi

Regresi (Pengaruh)

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

Rumus: $Y = a + bx$

$$b = \frac{n \sum (xy) - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

ada 2 Pengaruh, POSITIF dan NEGATIF

Pengaruh POSITIF



Contoh :
 $Y = 1.5 + 0.234X$

Pengaruh NEGATIF



Contoh :
 $Y = 1.5 - 0.234X$



Regresi vs Korelasi

@fitrianto2001

KORELASI (Hubungan)

Rumus
$$r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X \sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

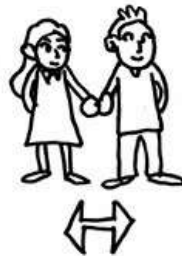
Nilai korelasi : antara 0 - 1

Interpretasi



Semakin mendekati 0 (nol)
Semakin lemah (Hubungan lemah)

Contoh :
 $r = 0.123$



0,5 (sedang)
(Hubungan sedang)

Contoh :
 $r = 0.501$



Semakin mendekati 1 (satu)
Semakin kuat
(Hubungan kuat/intim)

Contoh :
 $r = 0.907$



Analisis Regresi

2 variabel:

- **Variabel bebas** / independen (yang mempengaruhi)
 - Nilai **prediktor** ditulis pada sumbu X (**sumbu horizontal**)
- **Variabel tak bebas** / dependen (yang dipengaruhi)
 - Nilai **terikat** ditulis pada sumbu Y (**sumbu vertikal**)
- Variabel tak bebas (Y) dalam penelitian merupakan respon (outcome) yang diukur akibat perlakuan dari variabel bebas (X)

CONTOH

- Umur vs Tinggi Tanaman (X: Umur; Y: Tinggi)
- Biaya Promosi vs Volume Penjualan (X: Biaya; Y: Volume)

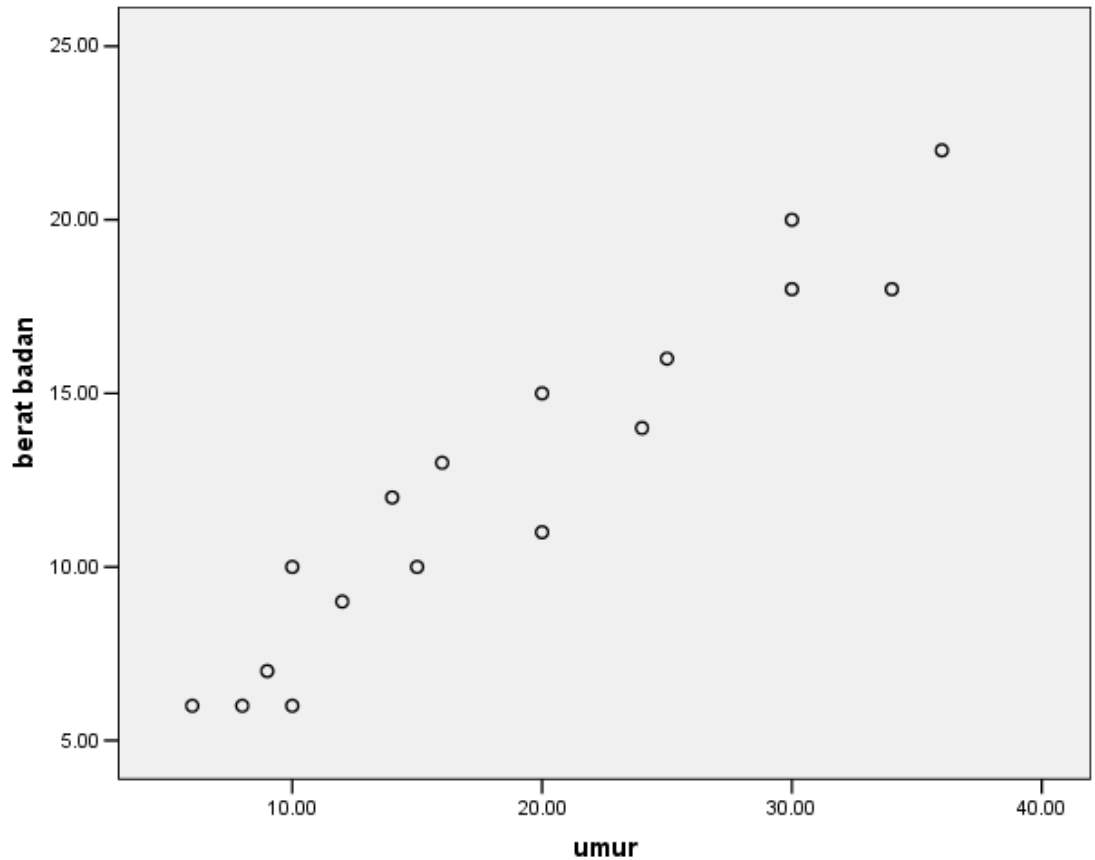


Variabel Bebas vs Tak Bebas

CONTOH

Case Summaries^a

	berat badan	umur
1	15.00	20.00
2	13.00	16.00
3	9.00	12.00
4	6.00	6.00
5	6.00	10.00
6	18.00	34.00
7	16.00	25.00
8	11.00	20.00
9	6.00	8.00
10	12.00	14.00
11	18.00	30.00
12	22.00	36.00
13	7.00	9.00
14	10.00	10.00
15	10.00	15.00
16	14.00	24.00
17	20.00	30.00
Total N	17	17



a. Limited to first 100 cases.



Regresi Linear

- **Persamaan Regresi**

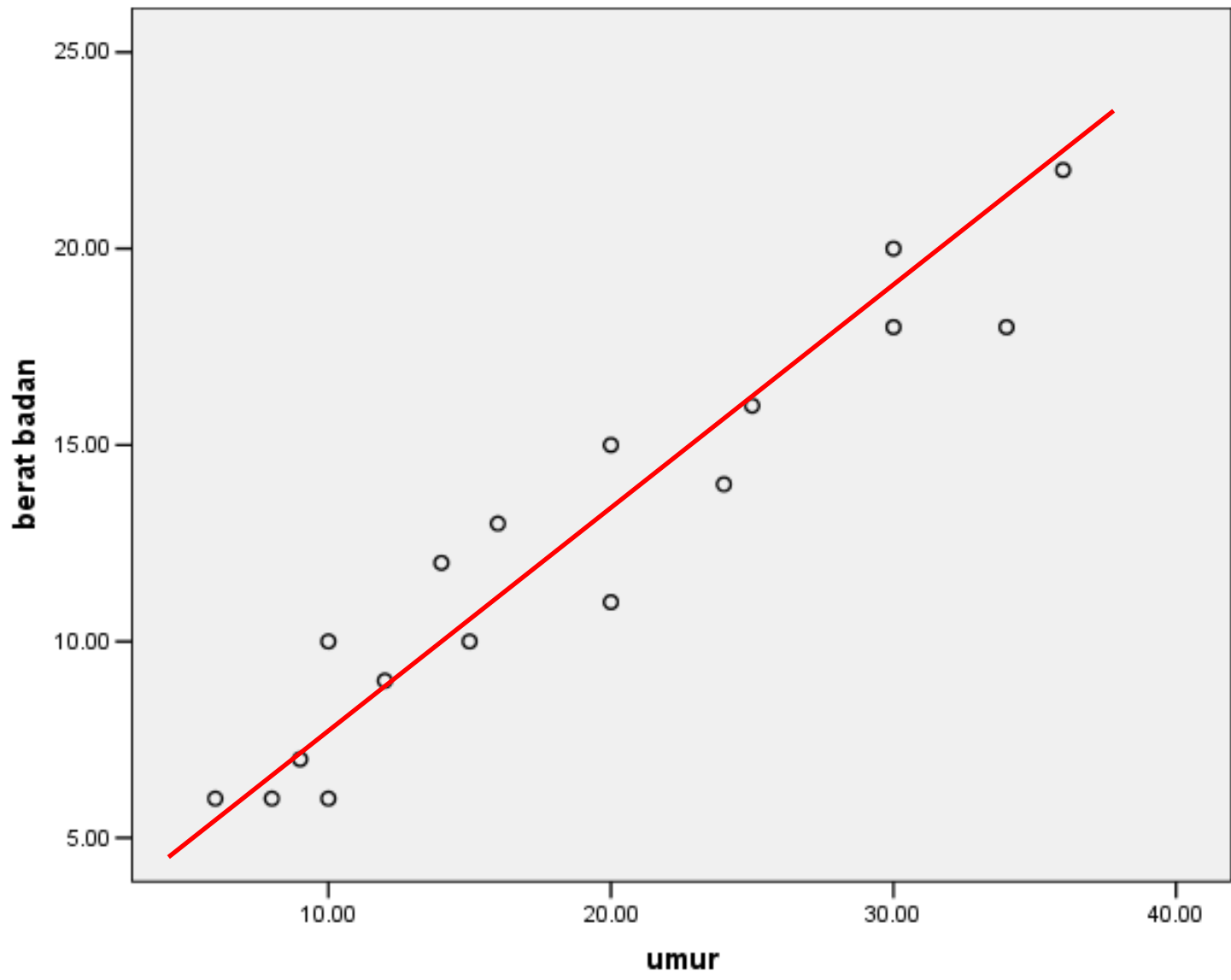
- memungkinkan **peramalan nilai** suatu **variabel tak bebas** (Y) dari nilai variabel bebas (X)

- **Garis Regresi**

- Garis linear yang menunjukkan **pola hubungan antara dua variabel**, misalnya variabel X dan Y
- Sebenarnya hanya **garis taksiran** yang dipakai untuk mewakili pola sebaran data tersebut

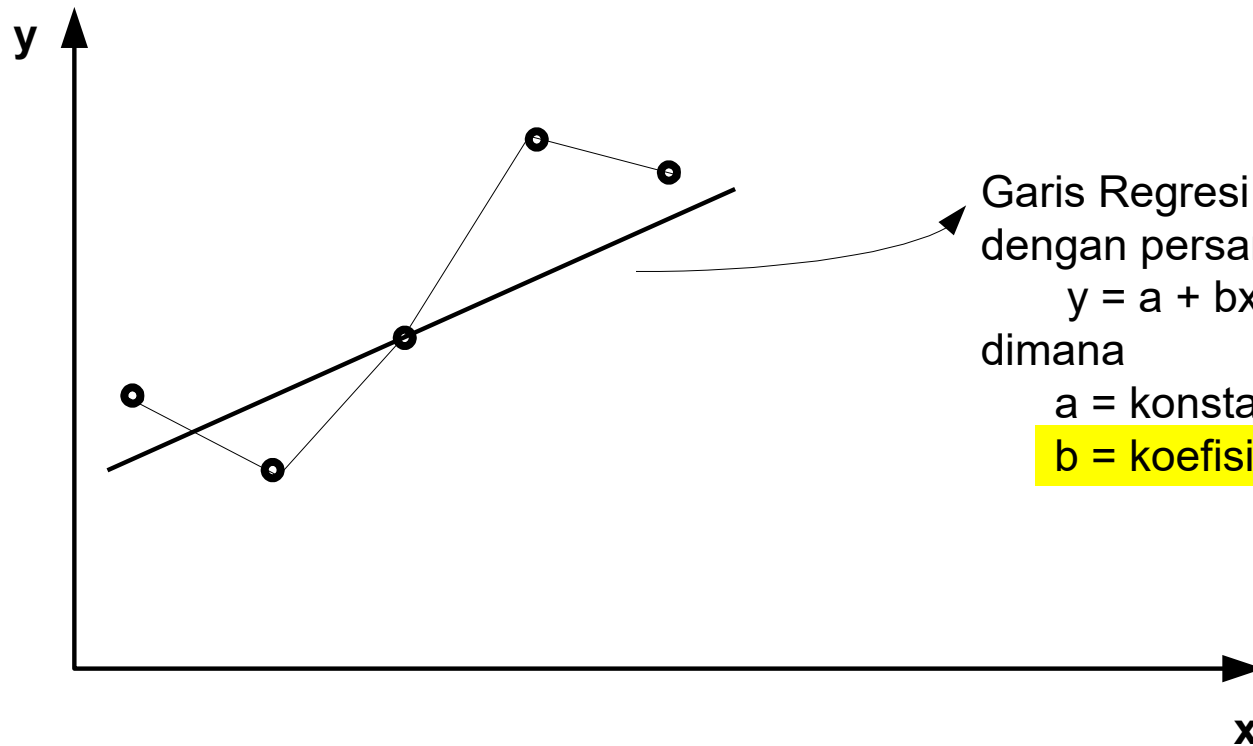


Regresi Linear



Tujuan Regresi Linear

- Untuk melihat hubungan linear antara 2 variabel atau lebih



Garis Regresi Linier
dengan persamaan
 $y = a + bx$

dimana

a = konstanta

b = koefisiensi regresi



Persamaan Regresi Linear

Persamaan umum:

$$Y = a + bX$$

- Rumus untuk menentukan persamaan garis regresi:

$$b = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - (\sum x)(\sum xy)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$



Contoh Kasus 1

Berikut adalah data biaya promosi dan volume penjualan roti.

Tentukan persamaan garis regresi dari data berikut!

X = biaya promosi (juta rupiah)

Y = volume penjualan (ratusan potong roti)

Tahun	X	Y
1992	2	5
1993	4	6
1994	5	8
1995	7	10
1996	8	11
n = 5	$\Sigma x = 26$	$\Sigma y = 40$



Contoh Kasus 1

Tahun	X	Y	X ²	Y ²	XY
1992	2	5	4	25	10
1993	4	6	16	36	24
1994	5	8	25	64	40
1995	7	10	49	100	70
1996	8	11	64	121	88
n = 5	$\sum x = 26$	$\sum y = 40$	$\sum x^2 = 158$	$\sum y^2 = 346$	$\sum xy = 232$



Contoh Kasus 1

JAWAB:

Bentuk umum persamaan regresi linear sederhana:

$$Y = a + bX$$

$$n = 5$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{(5 \times 232) - (26 \times 40)}{(5 \times 158) - (26^2)} = \frac{1160 - 1040}{790 - 676} = \frac{120}{114} = 1.0526 = 1.053$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$a = \frac{40}{5} - \left(1.05263... \times \frac{26}{5} \right) = 8 - (1.05263... \times 5.2) = 8 - 5.4736... = 2.5263... = 2.530$$

$$Y = a + bX \quad \rightarrow \quad Y = 2.530 + 1.053X$$



Contoh Kasus 2

Peramalan dengan Persamaan Regresi:

$$Y = 2,530 + 1,053 X$$

Dari persamaan regresi linear tersebut, bila biaya promosi 10 juta, berapa volume penjualannya?

$$Y = 2,530 + 1,053 X$$

$$X = 10$$

$$Y = 2,53 + 1,053 (10) = 2,53 + 10,53 = 13,06 \text{ (ratusan juta kue)}$$

Volume penjualan = 13,06 x 100 kue



Contoh Kasus 2

Tahun	X	Y	$Y = 2,530 + 1,053 X$
1992	2	5	4,636
1993	4	6	6,742
1994	5	8	7,795
1995	7	10	9,901
1996	8	11	10,954
	10		13,06
$n = 5$	$\sum x = 26$	$\sum y = 40$	



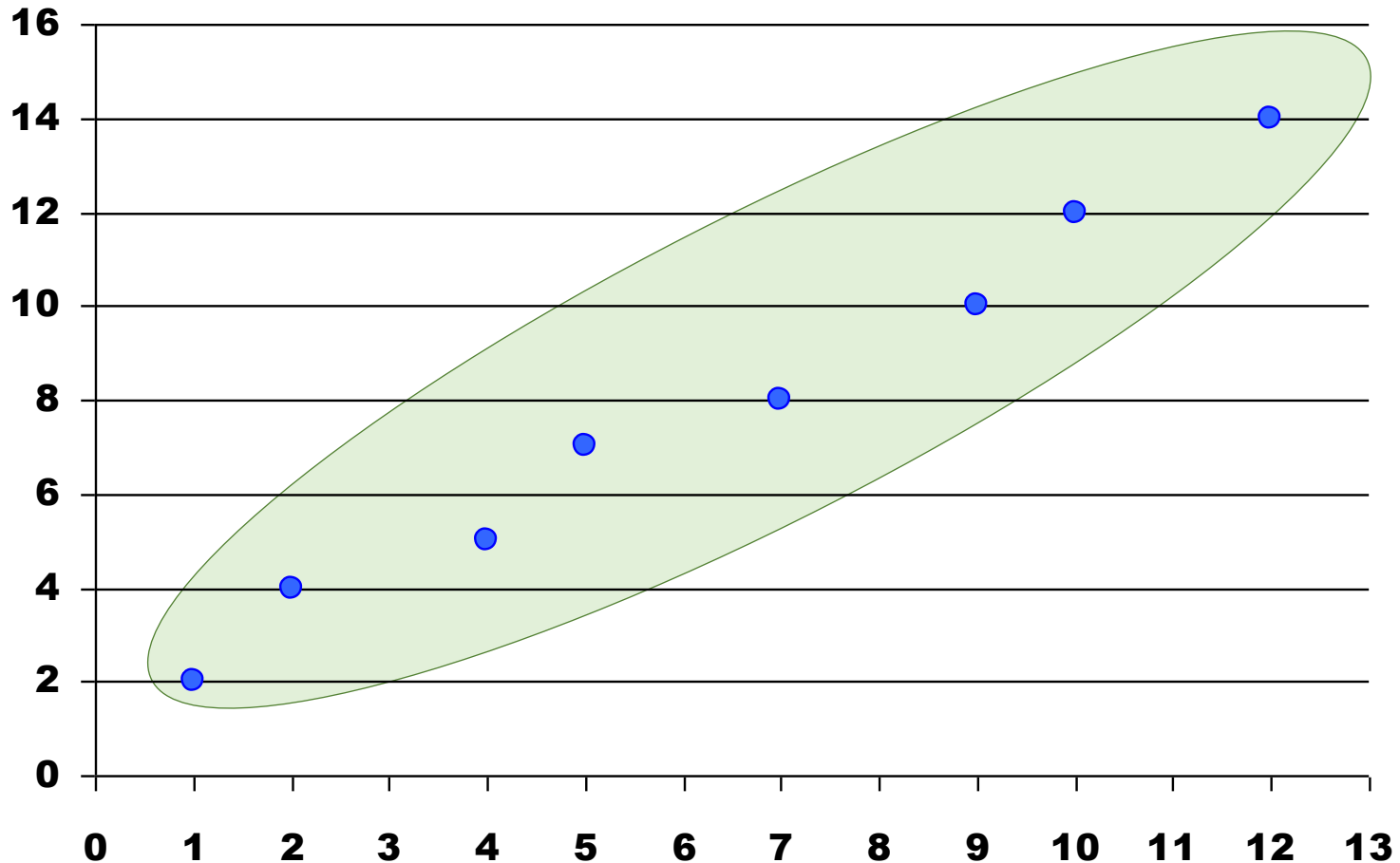
Korelasi

- Korelasi (**r**) atau koefisien korelasi
 - Menyatakan **tingkat keeratan** atau seberapa **kuat hubungan** antara dua variabel = ukuran hubungan dua variabel
 - Nilai r berkisar antara (-1) hingga (+1)
 - Nilai r yang (+) ditandai oleh nilai kovarians yang (+)
 - Nilai r yang (-) ditandai oleh nilai kovarians yang (-)
- Jika nilai r mendekati (-1) atau (+1), maka X dan Y memiliki korelasi linear yang tinggi
 - Jika nilai $r = -1$ atau $r = +1$, maka X dan Y memiliki korelasi linear sempurna
 - Jika nilai $r = 0$, maka X dan Y tidak memiliki relasi linear



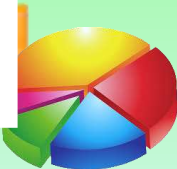
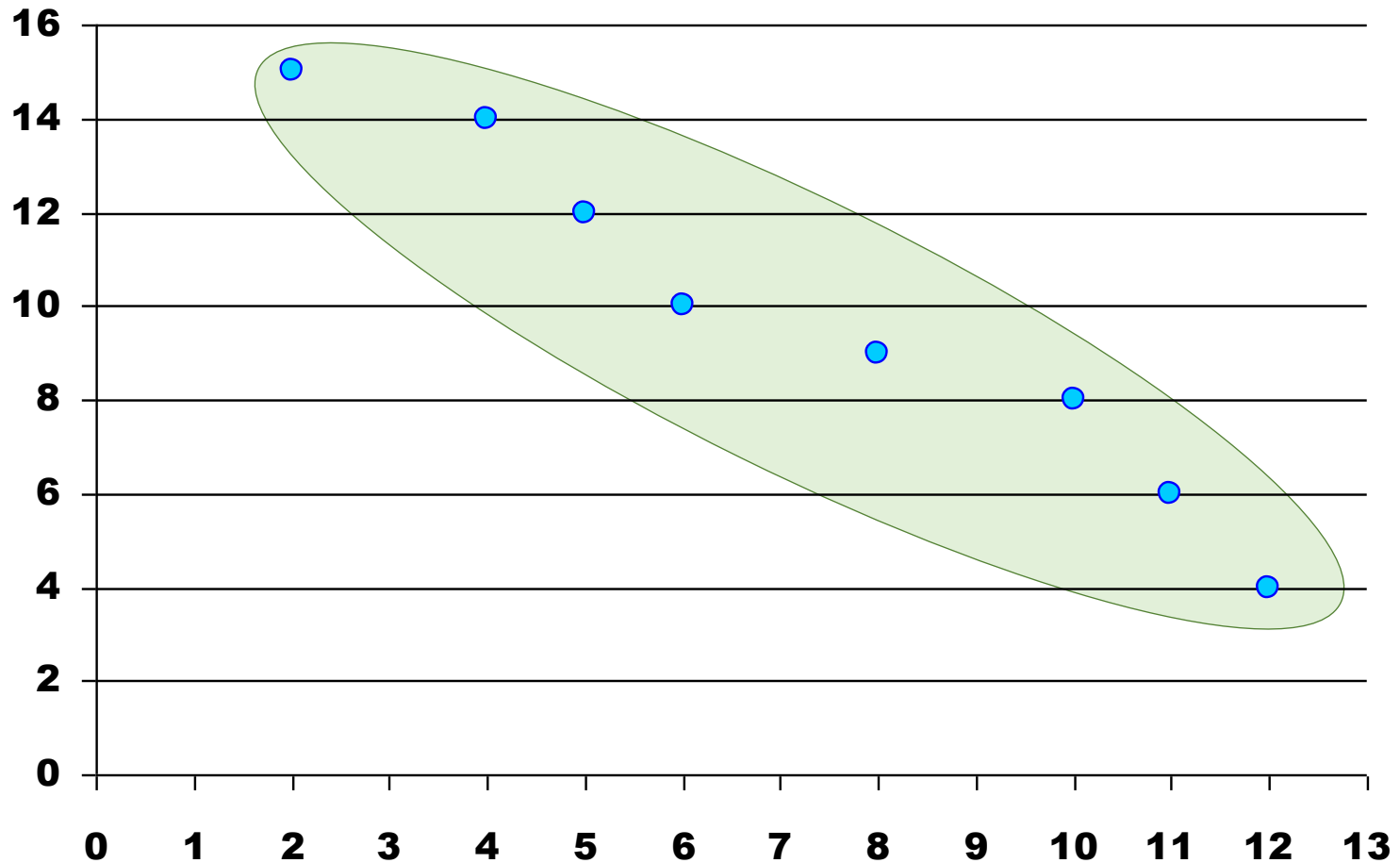
Korelasi Positif

Koefisien relasi (X dan Y) mempunyai hubungan positif



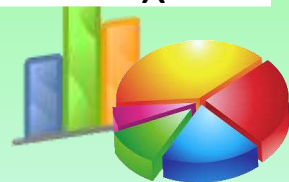
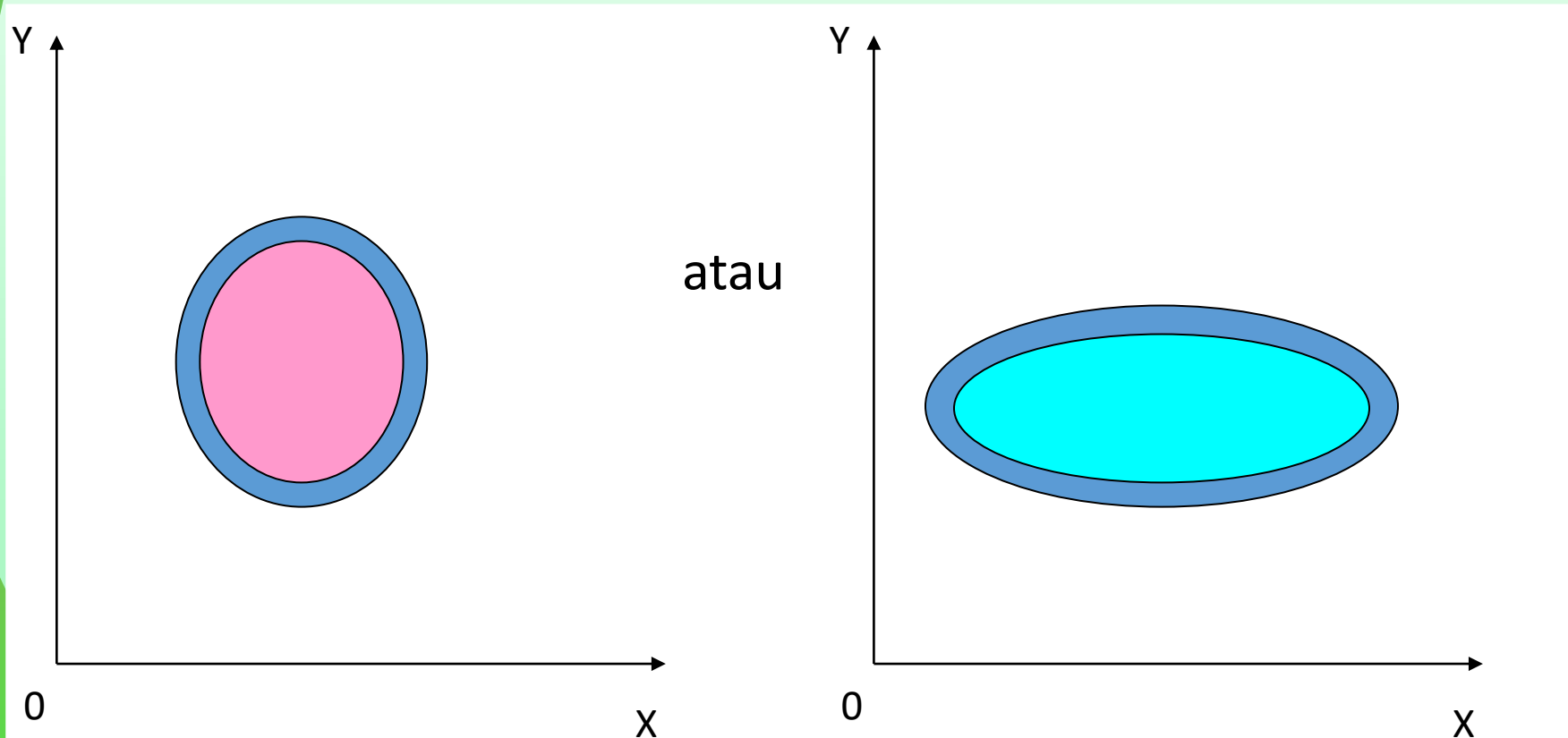
Korelasi Negatif

Koefisien relasi (X dan Y) mempunyai hubungan negatif



Tidak Berkorelasi

Koefisien relasi (X dan Y) tidak mempunyai hubungan atau hubungan lemah sekali



Koefisien Korelasi

Derajat hubungan antara x dan y dinyatakan

$$r = b \sqrt{\frac{J_{xx}}{J_{yy}}}$$

Dengan

$$J_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$J_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

- **r** bergantung b
- **r** bernilai (-) berhubungan terbalik
- **r²** = koefisien determinasi
sumbangan variabel terikat terhadap variabel bebas



Koefisien Determinasi

- X dikatakan mempengaruhi Y, jika berubahnya nilai X akan menyebabkan perubahan nilai Y
- Akan tetapi, naik-turunnya Y adalah sedemikian rupa sehingga nilai Y bervariasi, tidak semata-mata disebabkan oleh X, karena masih ada faktor lain yang menyebabkannya
- Jadi untuk mengetahui berapa besar kontribusi dari X terhadap naik-turunnya nilai Y, maka harus dihitung dengan koefisien penentuan (koefisien determinasi)

$$\text{Koefisien Determinasi} = r^2$$



Contoh Kasus 3

Diketahui suatu penelitian terhadap hubungan antara nilai biaya periklanan dengan tingkat penjualan dari sebuah koperasi adalah sebagai berikut. (dalam ribuan rupiah)

No	Biaya periklanan	Tingkat Penjualan
1	50	40
2	51	46
3	52	44
4	53	55
5	54	49

- Tentukan persamaan regresinya!
- Berapa besarnya koefisien korelasi dan koefisien determinasinya?



Contoh Kasus 3

No	X	Y	XY	X ²	Y ²
1	50	40	2000	2500	1600
2	51	46	2346	2601	2116
3	52	44	2288	2704	1936
4	53	55	2915	2809	3025
5	54	49	2646	2916	2401
Total	260	234	12195	13530	11078

Menentukan koefisien a dan koefisien b

$$b = \frac{n \cdot \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{(5)(12195) - (260)(234)}{(5)(13530) - (260)^2} = 2.7$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = \frac{(\sum y - b \sum x)}{n} = \frac{(234 - (2.7)(260))}{5} = -93.6$$

Persamaan regresi linier sederhana:

$$Y = a + b (X)$$

$$Y = -93,6 + 2,7 (X)$$



Contoh Kasus 3

Menentukan koefisien korelasi dan koefisien determinasinya.

$$r = b \sqrt{\frac{J_{xx}}{J_{yy}}}$$

Dengan

$$J_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$J_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

$$r = b \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}}$$

$$\begin{aligned} r &= 2.7 * \sqrt{\frac{13530 - \frac{(260)^2}{5}}{11078 - \frac{(234)^2}{5}}} = 2.7 \sqrt{\frac{13530 - 13520}{11078 - 10951}} = 2.7 \sqrt{\frac{10}{127}} \\ &= 2.7 \times 0.281 = 0,7587 = 0,76 \end{aligned}$$

$$KD = r^2 = (0,76)^2 = 0,58 \times 100\% = 58\%$$



Review

Berikut ini data mengenai pengalaman kerja dan penjualan

X = pengalaman kerja (tahun)

Y = omzet penjualan (ribuan)

X	2	3	2	5	6	1	4	1
Y	5	8	8	7	11	3	10	4

1. Tentukan nilai a dan b!
2. Buatlah persamaan regresinya!
3. Berapa omzet penjualan dari seorang karyawan yang pengalamannya 3,5 tahun?



Review

Suatu penelitian yang bertujuan untuk menentukan hubungan antara energi listrik dengan waktu yang diperoleh data sbb:

No	Waktu (jam)	Daya (Joule)
1	1	10
2	2	25
3	3	30
4	4	40

1. Tentukan persamaan regresi linearnya!
2. Seberapa besarkah pengaruh waktu terhadap daya?

